

Universitat Politècnica de Catalunya
Departamento de Arquitectura de Computadores

Maximización del Valor Actual Neto en Redes Ópticas

Luis Velasco
Marc Ruiz
Ana Cecilia Cid

June 2010

© 2010 by Luis Velasco, Marc Ruiz, and Ana Cecilia Cid

All rights reserved. No part of this book may be reproduced, in any form or by any means, without permission in writing from the author.

ISBN: 978-84-693-5523-7
Registration number 10/83423

Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)
Departament d'Arquitectura de Computadors (DAC)
C/ Jordi Girona, 1-3
08034 Barcelona, Spain

Resumen

En este trabajo se utilizan técnicas de investigación operativa y estadística para desarrollar una herramienta útil en la toma de decisiones en empresas de telecomunicaciones. Se comparan dos esquemas de particionamiento aplicables en redes ópticas, y se busca encontrar bajo qué circunstancias, un esquema es mejor que otro. De la misma forma se define el diseño de red, que otorgue un mayor beneficio, dadas unas posibles ubicaciones que representan lugares demandantes de conexión. La comparación entre ambos esquemas de particionamiento se realizará en términos económicos utilizando el Valor Actual Neto (VAN). Puesto que la expresión del VAN es una función no lineal, se da solución mediante un modelo estadístico que explica la intensidad que ha de ser insertada en una red. Finalmente el problema OVALO (*Optical network net present VALue Optimization*) otorga como solución, un diseño de red que maximiza el beneficio total en valor actual de una inversión a largo plazo.

Palabras clave (MSC2000):

90B18 Communication networks

68M10 Network design and communication

90B50 Management decision making, including multiple objectives

90C11 Mixed integer programming

91B32 Resource and cost allocation

62J05 Linear regression

62J12 Generalized linear models

Abstract

In this work we use operational research and statistical techniques in order to develop a useful tool in the decision making process of telecommunications companies. Two optical network partitioning schemes are compared, and we are looking to find under which circumstances, a scheme is better than the other. In the same way we need to define the network design, which grants the better benefit, given a few possible locations that represent connection demand places. The comparison between both schemes of partitioning will be done in economic terms using the Net Present Value (NPV). Since the expression of NPV is a not linear function, we give a solution by developing a statistical model that explains the intensity that has to be inserted in a network. Finally the OVALO (*Optical network net present VALue Optimization*) problem gives as a solution, a network design that maximizes the total benefit in net present value of a long-term investment.

Key words (MSC2000):

90B18 Communication networks

68M10 Network design and communication

90B50 Management decision making, including multiple objectives

90C11 Mixed integer programming

91B32 Resource and cost allocation

62J05 Linear regression

62J12 Generalized linear models

Tabla de Contenidos

	Página
Capítulo 1 Introducción.....	1
1.1 Motivación y objetivos	1
1.2 Organización de la memoria.....	1
Capítulo 2 Redes Ópticas y Conceptos Relacionados	3
2.1 Teoría de grafos.....	3
2.1.1 Grafos planares	3
2.1.2 Conectividad de grafos	4
2.2 Redes ópticas.....	5
2.2.1 Tecnología WDM, enlaces y amplificadores ópticos	5
2.2.2 Tráfico, Probabilidad de Bloqueo y Grado de Servicio	7
2.2.3 Alta disponibilidad en redes ópticas.....	8
2.3 Clases de conexión	8
2.3.1 Protección Compartida SP y extra-tráfico BE.	9
2.4 Esquemas de particionamiento.....	10
2.4.1 Arquitectura de red basada en SP y problemática	10
2.4.2 Particionamiento de longitudes de onda.....	12
2.5 Conclusiones.....	13
Capítulo 3 Valoración de Inversiones en Redes.....	15

3.1	Valor Actual Neto (VAN).....	15
3.2	Modelo de Ingresos	16
3.3	Costes de despliegue (CAPEX).....	16
3.3.1	Coste del nodo óptico.....	17
3.3.2	Coste del enlace óptico	17
3.4	Costes de operación (OPEX).....	18
3.4.1	Coste de Monitorización o supervisión de la red	19
3.4.2	Coste de Provisión	19
3.4.3	Costes de Reparación	19
3.5	Caso específico de cálculo	22
3.5.1	Valores de los parámetros.....	22
3.5.2	Otros parámetros.....	22
3.5.3	Datos específicos.....	23
3.5.4	Resultados obtenidos.....	23
3.6	Conclusiones.....	25
Capítulo 4 El problema OVALO.....		27
4.1	Consideraciones iniciales.....	27
4.2	Definición del problema OVALO.....	28
4.3	Dificultades para la resolución del problema	29
4.4	Conclusiones.....	31
Capítulo 5 Modelo Estadístico de la Intensidad de Tráfico.....		33
5.1	Diseño de experimentos.....	33
5.2	Variables	35
5.2.1	Variables explicativas	35
5.2.2	Variables de respuesta	37
5.3	Modelización.....	39
5.3.1	Intensidad por nodo de la clase SP bajo el esquema <i>diff-WS</i>	40
5.3.2	Intensidad por nodo de la clase BE bajo el esquema <i>diff-WS</i>	46
5.3.3	Intensidad por nodo de la clase SP bajo el esquema <i>sh-WS</i>	49
5.3.4	Intensidad por nodo de la clase BE bajo el esquema <i>sh-WS</i>	54

5.3.5	Proporción de tiempo de la clase BE bajo el esquema <i>shWS</i>	59
5.4	Resultados.....	59
5.5	Conclusiones.....	62
Capítulo 6 Método iterativo.....		63
6.1	Modelos para los subproblemas OVALO.....	63
6.1.1	Conjuntos y Parámetros.....	64
6.1.2	Variables.....	64
6.1.3	Restricciones.....	65
6.1.4	Funciones Objetivo.....	66
6.2	Cálculo del punto inicial.....	67
6.2.1	Valor inicial estimado de ingresos.....	67
6.2.2	Valor inicial estimado de CAPEX.....	68
6.2.3	Valor inicial estimado de OPEX.....	68
6.2.4	Valor estimado del VAN.....	69
6.3	Descripción del método iterativo.....	69
6.4	Conclusiones.....	71
Capítulo 7 Resultados.....		73
7.1	Red de evaluación.....	73
7.2	Datos.....	74
7.3	Calculo del punto inicial.....	75
7.4	Resultados obtenidos sobre la red 12-39.....	75
7.4.1	Caso Base.....	76
7.4.2	Caso 2: $C_{FOKm} = 2,500€$	78
7.4.3	Caso 3: $C_{FOKm} = 5,000€$	79
7.4.4	Caso 4: coste grado nodal $\exp(1.5)$	80
7.4.5	Caso 5: coste grado nodal $\exp(2.0)$	81
7.4.6	Caso 6: $LA=(100, 200)$	82
7.4.7	Caso 7: $C_{SP}:C_{BE}$ 4:1.....	83
7.4.8	Caso 8: $C_{SP}:C_{BE}$ 6:1.....	84
7.4.9	Recursos computacionales.....	85

7.5	Otras redes	86
7.6	Conclusiones.....	87
Capítulo 8	Conclusiones	89
Apéndice A.	Referencias.....	93

Lista de Figuras

	Página
Fig. 2-1 Ejemplo de un grafo no planar (a) y un grafo planar (b).	4
Fig. 2-2 Ejemplo de conectividad en grafos.	5
Fig. 2-3 Tecnología WDM.	5
Fig. 2-4 Ejemplo de enlace óptico	6
Fig. 2-5 Esquema de OXC con $d=5$. Escalable hasta $d=8$.	7
Fig. 2-6 Ejemplo de conexión SP ($w_1 w_2$) y BE (w).	9
Fig. 2-7 Ejemplo de recursos SP y disponibilidad para BE en dos longitudes de onda.	11
Fig. 2-8 Ejemplo de <i>diff-WS</i> donde se han establecido conexiones <i>SP</i> .	13
Fig. 3-1 Ejemplo de evolución del VAN.	24
Fig. 4-1 Ejemplo de red inicial saturada 8 N y 24 A .	28
Fig. 4-2 Posible solución de dimensionado de red.	28
Fig. 5-1. Diagrama de dispersión de redes de estudio y prueba.	35
Fig. 5-2. Sub-topología (<i>SG</i>) derivada de una red concreta (<i>G</i>).	36
Fig. 5-3. Recta de regresión para el modelo <i>I SPdiffWS</i> ($Pb=1\%$).	45
Fig. 5-4. Recta de regresión para el modelo <i>I BEdiffWS</i> ($Pb=5\%$).	48
Fig. 5-5. Recta de regresión para el modelo <i>I SPshWS</i> ($Pb=1\%$).	53
Fig. 5-6. Pb_{BE} VS variable explicativa h .	56
Fig. 5-7. Recta de regresión para el modelo <i>I BEshWS</i> ($Pb=5\%$).	58
Fig. 5-8. <i>I SPshWS</i> (Erlangs) vs $Pb(\%)$.	61
Fig. 6-1 VAN esperado respecto a A .	69

Fig. 7-1 Red inicial saturada con 12 N y 39 A .	73
Fig. 7-2 VAN Aproximado.	75
Fig. 7-3 Caso Base. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A . $REVENUES$ (c) y $OPEX$ (d) son resultados del primer año.	77
Fig. 7-4 VAN aproximado vs VAN obtenido de $OVALO^{MaxREVENUES}$ y $OVALO^{MinCAPEX}$.	78
Fig. 7-5 Caso 2. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{FO}=2,500€$...	79
Fig. 7-6 Caso 3. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{FO}=5,000€$...	80
Fig. 7-7 Caso 4. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{Trunk}=\exp(1.5)$.	81
Fig. 7-8 Caso 5. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{Trunk}=\exp(2)$.	82
Fig. 7-9 Caso 6. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $LA=(100,200)$.	83
Fig. 7-10 Caso 7. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y ratio $C_{SP}:C_{BE}$ 4:1.	84
Fig. 7-11 Caso 8. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y ratio $C_{SP}:C_{BE}$ 6:1.	85
Fig. 7-12 4 Redes planares a)EONRT28-44, b)D14-17, c)EONBT16-23, d)NSFNET 28-37.	86
Fig. 7-13 VAN para el problema $Max REVENUES$ en las cuatro redes planares de acuerdo a $\langle d \rangle$.	87

Lista de Tablas

	Página
Tabla 3-1 Coste de los sistemas.....	22
Tabla 3-2 Valores de MTTF.....	22
Tabla 3-3 Resultados obtenidos por año para el caso específico.....	24
Tabla 5-1 Conjunto de redes de estudio.....	34
Tabla 5-2 Conjunto de redes de prueba.....	34
Tabla 5-3 Variables explicativas para la creación de los modelos.....	37
Tabla 5-4 Variable de respuesta a modelar.....	39
Tabla 5-5 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $I^{\text{diffWS}}_{\text{SP}}$	40
Tabla 5-6 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{\text{SP}})$	42
Tabla 5-7 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{\text{SP}})$	43
Tabla 5-8 Intervalos de $I^{\text{diffWS}}_{\text{SP}}$	45
Tabla 5-9 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{\text{BE}})$	46
Tabla 5-10 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{\text{BE}})$	47
Tabla 5-11 Intervalos de $I^{\text{diffWS}}_{\text{BE}}$	49
Tabla 5-12 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{\text{shWS}}_{\text{SP}})$	50
Tabla 5-13 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I^{\text{shWS}}_{\text{SP}})$	50
Tabla 5-14 Contraste en R de modelos con var. de res. $\text{Log}(I^{\text{shWS}}_{\text{SP}})$	51
Tabla 5-15 Intervalos de $I^{\text{shWS}}_{\text{SP}}$	54
Tabla 5-16 1 – <i>PRBE</i> , <i>GSP</i> e intensidad ($I^{\text{shWS}}_{\text{BE}}$).....	55
Tabla 5-17 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{\text{shWS}}_{\text{BE}})$	56
Tabla 5-18 Resumen en R del modelo para $\text{Log}(I^{\text{shWS}}_{\text{BE}})$	57

Tabla 5-19 Intervalos de I^{shWS}_{BE}	58
Tabla 5-20 Parámetros para el modelo de intensidad.....	59
Tabla 5-21 Valores de I predichos para redes de prueba.	59
Tabla 5-22 Pb en las redes simuladas con valores de I predichos.	60
Tabla 5-23 Intervalos de confianza para redes de prueba.	61
Tabla 7-1 Valor del grado nodal medio de las cuatro redes evaluadas.	87

Capítulo 1.

Introducción

1.1 Motivación y objetivos

Las compañías de telecomunicaciones se enfrentan cada día a mejorar la conectividad con el fin de dar un buen servicio a sus clientes. Como en cualquier empresa privada, el principal objetivo de estas compañías es obtener cada vez mayores beneficios, mientras que la competencia obliga a comercializar servicios a menores precios.

En este trabajo se utilizan técnicas de investigación operativa y estadística para evaluar dos esquemas de particionamiento aplicables en redes ópticas, que proporcionan conectividad a nivel regional, nacional, e incluso, internacional. Se asume que se desean proporcionar dos clases de servicio de conectividad, para ello se presentarán, un esquema tradicional y uno novedoso, ambos proporcionando conectividad para las dos clases de servicio. El objetivo principal de este trabajo es encontrar bajo qué circunstancias un esquema es mejor que otro, y encontrar el diseño de red, que otorgue un mayor beneficio, dadas unas posibles ubicaciones que representan lugares demandantes de conexión. La comparación entre ambos esquemas de particionamiento se realizará en términos económicos.

1.2 Organización de la memoria

El resto de esta memoria está organizada de la siguiente forma. En el capítulo 2 se hace una pequeña introducción y definición de los principales términos de redes ópticas, así como del funcionamiento de los dos esquemas de particionamiento y las clases de conexiones.

En el capítulo 3 se introducen términos económicos y de costes generalmente aplicables, así como valoración de inversiones, metodología financiera que se utilizará para evaluar las inversiones y elegir la mejor.

El modelo de diseño de redes ópticas se describe en el capítulo 4. Se hace una definición general de la función objetivo, restricciones, salidas, y dificultades de modelización.

En el capítulo 5 se da respuesta a una dificultad presentada en la descripción del modelo. Se busca una función mediante técnicas estadísticas, que explique la intensidad de tráfico que puede transportar una red para ofrecer un buen servicio.

En el capítulo 6 se describe detalladamente el método utilizado para solucionar el problema de dimensionado de red que otorgue los mejores beneficios en valor presente. Se explica la causa de utilizar un método iterativo con dos funciones objetivo.

Los resultados del modelo implementado se presentan en el capítulo 7. Se evalúa una red específica, y sobre los datos de entrada se realizan modificaciones para analizar los cambios y resultados obtenidos. Se analizan también los resultados bajo otras redes más reales.

Finalmente, en el capítulo 8 se presentan las conclusiones y valoraciones generales de todo el trabajo realizado.

Capítulo 2.

Redes Ópticas y Conceptos Relacionados

El objetivo de este capítulo es introducir de forma general algunos elementos pertenecientes a las redes en general y a las redes ópticas en particular. Los términos descritos en este capítulo serán utilizados en el resto de capítulos.

Se comienza con una pequeña introducción a la teoría de grafos, así como a las redes ópticas, donde se introducen conceptos básicos como intensidad de tráfico, probabilidad de bloqueo y alta disponibilidad. A continuación se definen las dos clases de conexiones con las que trabajaremos. Finalmente, en el último apartado de este capítulo, se hace una descripción de los esquemas de particionamiento de redes, objeto de estudio y evaluación a lo largo del proyecto.

2.1 Teoría de grafos

En este apartado se describen conceptos básicos de teoría de grafos. El diseño de las redes ópticas estudiadas en este trabajo se encuentra íntimamente ligado con estos conceptos.

La topología de una red puede describirse mediante un grafo $G(N, A)$, donde N representa el conjunto de nodos y A el conjunto de arcos. En este caso, asumiremos que los arcos son no dirigidos.

2.1.1 Grafos planares

Un grafo planar es aquel cuyos nodos son puntos en el plano $R \times R$ (donde R es un número real) y cuyos arcos en el plano solo tienen puntos de intersección en los

nodos [Gr04]. En la práctica quiere decir que debe existir alguna forma de dibujar el grafo en el mismo plano, tal que ningún arco se cruce con otro, como se muestra en Fig. 2-1b. La distribución física de redes de transporte tiende a ser muchas veces planar, ya que los nodos se encuentran directamente conectados únicamente con los nodos vecinos o dentro de la misma región.

Un aspecto de un grafo planar es que divide el plano, en regiones llamadas caras, cada cara se reconoce como un ciclo o un anillo formado por nodos y arcos que pueden ser comunes.

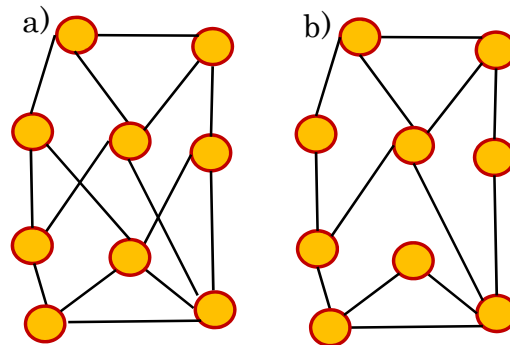


Fig. 2-1 Ejemplo de un grafo no planar (a) y un grafo planar (b).

2.1.2 Conectividad de grafos

Un grafo es 2-conexo si tiene por lo menos dos caminos de arcos disjuntos entre cada pareja de nodos. Un grafo bi-conexo es aquel que tiene por lo menos dos caminos de nodos disjuntos entre cada pareja de nodos. Las propiedades de conectividad de un grafo son importantes en redes de transporte para prevenir cualquier tipo de fallo. En su topología, un grafo tendrá que ser por lo menos 2-conexo para poder dar servicio de protección o hacer posible la restauración de fallos como veremos más adelante.

El grado nodal (d) de un nodo dentro de un grafo se calcula con el número de arcos que inciden en él. El grado nodal medio ($\langle d \rangle$) de un nodo de la red se calcula:

$$\bar{d} = \frac{2A}{N} \quad (2.1)$$

Un grafo bi-conexo contiene nodos con $d \geq 2$ (Fig. 2-2a), característica que no cumple la Fig. 2-2b. Para obtener un diseño de red con capacidad de recuperación frente a fallos, es necesario que la red sea bi-conexa de forma que no exista un solo nodo cuyo posible fallo divida la red en dos subgrafos no-conexos (Fig. 2-2c). Un grafo no-conexo es aquel donde no se puede formar un camino entre toda pareja de nodos en la red, como se muestra en la Fig. 2-2d.

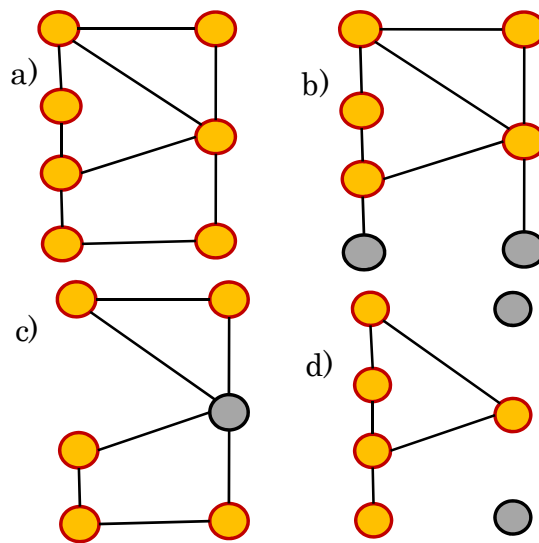


Fig. 2-2 Ejemplo de conectividad en grafos.

2.2 Redes ópticas

En este apartado se hace una breve descripción del funcionamiento y principales términos en redes ópticas.

2.2.1 Tecnología WDM, enlaces y amplificadores ópticos

La tecnología WDM (Wavelength Division Multiplexing) permite transportar diferentes flujos de datos sobre diferentes longitudes de onda. El número de canales ópticos (longitudes de onda) diferentes que pueden ser agrupados (multiplexados) en una única fibra óptica varía entre 50-400. La Fig. 2-3 muestra un ejemplo de ésta tecnología.

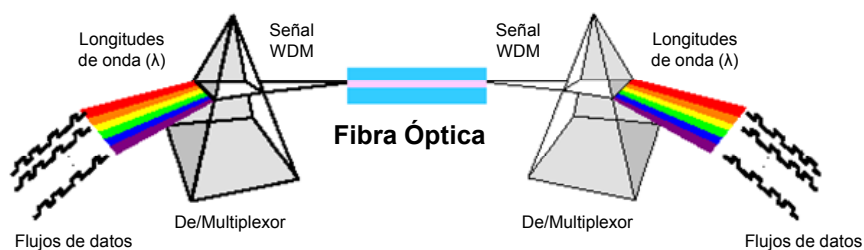


Fig. 2-3 Tecnología WDM

El elemento clave en una red óptica son los emisores de luz (normalmente láseres semiconductores) que pueden inyectarse en una fibra óptica, convierten señales eléctricas en señales ópticas, en la longitud de onda deseada. Además, un sistema

WDM utiliza un multiplexor para agrupar las diferentes longitudes de onda formando un haz, y un demultiplexor para desagruparlas.

Una fibra óptica transmite señal óptica a largas distancias, sin embargo, la potencia óptica de la señal se va reduciendo a medida que se propaga, este efecto se denomina atenuación. La sensibilidad del receptor indica la mínima potencia requerida para poder detectar la señal recibida. Para compensar el efecto de atenuación, la señal óptica puede ser amplificada dentro del dominio óptico. Otro efecto que distorsiona la señal óptica cuando viaja en una fibra óptica es la dispersión, que modifica la duración del pulso óptico, lo que puede desencadenar interferencia entre símbolos. La dispersión puede ser compensada mediante unos dispositivos denominados compensadores de dispersión. En nuestro caso, asumiremos que los amplificadores ópticos están formados por tres etapas, la primera de pre-amplificación óptica, la segunda de compensación de dispersión y la tercera de post-amplificación óptica. La Fig. 2-4 muestra un ejemplo de enlace óptico.

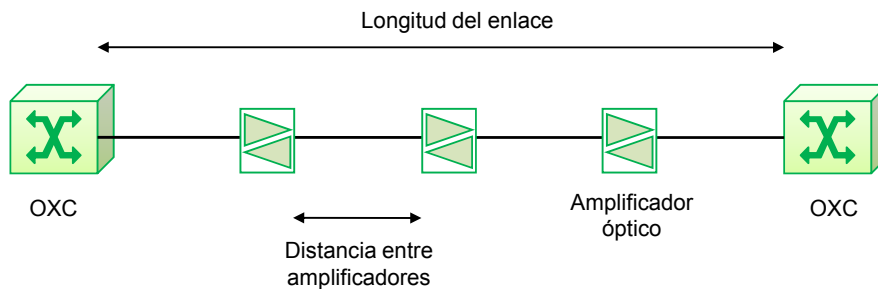


Fig. 2-4 Ejemplo de enlace óptico

En la actualidad, un típico sistema WDM que transporta 40 canales de 10Gbit/s en cada uno, puede transmitirse hasta 2000 km sin ser transformada en señales eléctricas, utilizando amplificadores y compensadores de dispersión intermedios.

La introducción de sofisticados dispositivos ópticos, como los WSS (Wavelength Selective Switches) ha hecho posible construir equipos de conmutación óptica (OXC, Optical Cross-Connect) de forma que es posible construir redes ópticas malladas. En este sentido, el grado nodal de un nodo óptico es el número de enlaces troncales WDM incidentes en él. Las redes que consideraremos en este trabajo asume nodos ópticos con grado nodal $d \geq 2$, algo que es necesario para construir redes con la redundancia requerida. La Fig. 2-5 muestra el esquema de bloques de un OXC con grado nodal 5.

Como podemos observar, el OXC está formado básicamente por cuatro bloques: en primer lugar los WSS, que dependiendo de la dirección en que se empleen, pueden ser para añadir (add) o para extraer (drop) longitudes de onda a/desde una señal agregada WDM; en segundo lugar, los amplificadores ópticos de entrada que pueden incluir también compensadores de dispersión; en tercer lugar, los divisores (splitters) ópticos, que dividen la señal de entrada en varias salidas; y en último

lugar los transpondedores ópticos, que adaptan señales de cliente al dominio óptico y viceversa, es decir incluyen un láser en una longitud de onda y un fotodetector.

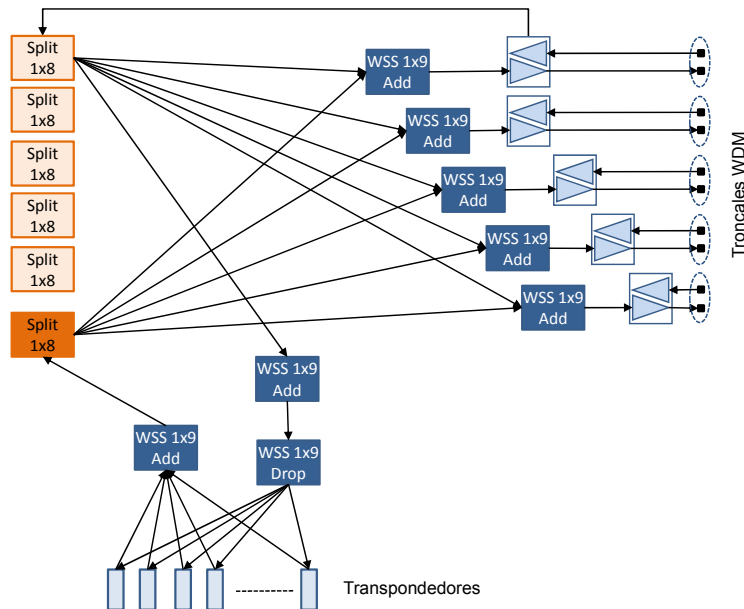


Fig. 2-5 Esquema de OXC con $d=5$. Escalable hasta $d=8$.

Por último, cabe destacar que el esquema de OXC representado en la Fig. 2-5 es escalable hasta un grado nodal máximo de 8 enlaces troncales WDM. Sin embargo, esta restricción no limita nuestro estudio ya que las redes que se consideran no tendrán grados nodales tan altos en ningún caso.

2.2.2 Tráfico, Probabilidad de Bloqueo y Grado de Servicio

Las redes de comunicaciones en general, y las ópticas en particular, se despliegan con el objetivo de proporcionar servicio de conectividad. Las redes ópticas que consideramos en este trabajo son redes ópticas de circuitos, es decir, la conectividad se proporciona creando una conexión entre dos extremos de la red, que permanece establecida durante un tiempo hasta que se elimina. Este funcionamiento es similar al de las redes telefónicas, donde se establece una conexión para una llamada entre dos abonados, la conexión permanece establecida durante el tiempo que dura la conversación y se deshace o elimina al final, liberando recursos en la red que podrán ser utilizados por otras conexiones.

Para medir la cantidad de conexiones que una red puede proporcionar, se utiliza el Erlang como unidad de intensidad de tráfico. Para simular tráfico, haremos que lleguen peticiones de conexión a cada nodo óptico de acuerdo a una distribución de Poisson con un tiempo entre llegadas medio (*iat*, *inter-arrival time*) predefinido. La duración de las conexiones estará exponencialmente distribuido con una media

predefinida (ht , *holding time*). El destino de cada petición de conexión estará uniformemente distribuido. Por lo tanto, la intensidad media de tráfico por cada nodo puede interpretarse como:

$$I = \frac{ht}{iat} \quad (2.2)$$

Una de las figuras de mérito más comúnmente utilizadas para comparar diferentes algoritmos, esquemas, arquitecturas, etc. es la probabilidad de bloqueo (Pb), es decir, la probabilidad de que una petición de conexión pueda no ser establecida en la red. Como es lógico, Pb dependerá, entre otras cosas, de la topología o diseño de la red y de la intensidad del tráfico ofrecido.

Finalmente, se denomina grado de servicio a la calidad con la que una red presta el servicio de conexiones. En nuestro caso, asumiremos que el grado de servicio está inversamente relacionado con la probabilidad de bloqueo, es decir, probabilidades de bloqueo bajas implican un alto grado de servicio.

2.2.3 Alta disponibilidad en redes ópticas

Un aspecto importante en todo acuerdo de nivel de servicio (*SLA, Service Level Agreement*), que vincula la relación entre la operadora de telecomunicaciones y los clientes, es la disponibilidad de las conexiones. En términos generales, se define como disponibilidad a la probabilidad de que un sistema se encuentre operando en un tiempo aleatorio futuro. La disponibilidad puede calcularse como:

$$Availability = \frac{UpTime}{UpTime + DownTime} \equiv \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (2.3)$$

donde:

- $MTTR$: Tiempo medio de reparación. El tiempo necesario para reparar un componente de la red.
- $MTTF$: Tiempo medio entre fallos. El tiempo hasta el siguiente fallo del componente o sistema de la red, después de que ha sido reparado.

2.3 Clases de conexión

La forma de aumentar la disponibilidad de las conexiones es mediante esquemas de recuperación (protección o restauración). La protección se basa en recuperar el servicio utilizando una conexión de respaldo o protección. La conexión de respaldo puede ser dedicada, es decir está asignada a una conexión de trabajo, o compartida entre varias conexiones de trabajo, siempre y cuando las últimas utilicen rutas disjuntas entre sí. En este trabajo asumimos que se utiliza protección compartida, ya que presenta una mayor eficiencia en términos de uso de recursos.

Los siguientes subapartados están basados en el artículo *M. Ruiz, et al. "Service and Resource Differentiation to Maximize Network Operator Revenues"*, sometido a la conferencia internacional IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM 2010).

2.3.1 Protección Compartida SP y extra-tráfico BE.

La protección compartida (SP, *Shared Protected*) consiste en crear dos conexiones disjuntas (conexión de trabajo y conexión de protección) entre los nodos de origen y destino. En caso de que un fallo afecte a la conexión de trabajo, ésta es reemplazada por la conexión de protección. Los recursos que se usan para las conexiones de protección pueden compartirse proporcionando protección a múltiples conexiones de trabajo, siempre que sean disjuntas entre ellas.

Puesto que las conexiones de protección no están establecidas en la red en condiciones de ausencia de fallos, los recursos que éstas utilizan pueden ser utilizados para soportar tráfico extra, el cual será eliminado en el momento en que un fallo afecte conexiones de trabajo, ya que será en ese momento cuando las conexiones de protección serán establecidas en la red.

Por lo tanto, es posible proporcionar dos clases de conexiones: las conexiones de clase SP (*Shared Protected*) que utilizan protección compartida para proporcionar alta disponibilidad y la conexiones de clase BE (*Best Effort*) que utiliza los recursos asignados a las conexiones de respaldo cuándo éstas no se utilizan (ausencia de fallo).

Un ejemplo de ambas clases de conexión se muestra en la Fig. 2-6, donde dos conexiones de trabajo SP (w_1 y w_2) no se soportan en ningún elemento común y dos conexiones de protección (p_1 y p_2) comparten el canal óptico entre los nodos 3 y 4. La conexión BE (w) puede establecerse en los canales de protección.

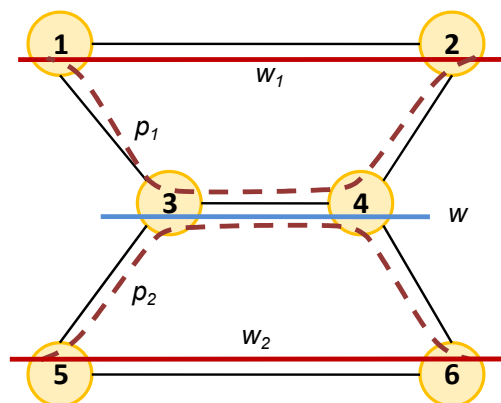


Fig. 2-6 Ejemplo de conexión SP (w_1 w_2) y BE (w)

2.4 Esquemas de particionamiento

Un esquema de particionamiento, como su nombre lo indica, es la forma de dividir las clases de servicio en una red óptica.

2.4.1 Arquitectura de red basada en SP y problemática

Como hemos introducido anteriormente, la topología de una red puede representarse mediante un grafo $G(N, A)$. En el caso concreto de una red óptica, además de los conjuntos N y A , necesitaremos un nuevo conjunto que denotaremos W , es el conjunto de longitudes de onda. Así pues representaremos la topología de una red óptica mediante un grafo $G(N, A, W)$, donde N representa el conjunto de nodos ópticos, A el conjunto de arcos o enlaces WDM, y W el conjunto de longitudes de onda disponible en cada enlace, de tamaño W . Asumiendo que no hay conversores de longitud de onda en la red, es decir, las conexiones deben satisfacer la restricción de continuidad de longitud de onda, podemos dividir el grafo G en W subgrafos independientes $G^i(N, A, i)$, uno por cada longitud de onda. Cada subgrafo G^i representa la conectividad de la red en la longitud de onda i , por lo tanto $G(N, A, W) = \{G^i \mid i \in W\}$.

Como se ha mencionado anteriormente, una propiedad muy interesante de la protección SP es su eficiencia en el uso de recursos, resultado de la compartición de recursos entre conexiones de protección. Esta compartición de recursos se logra reservando los recursos de protección, pero posponiendo su uso real hasta que una conexión de trabajo falla. Las conexiones de la clase SP se encaminan sobre los grafos G^i . Deben existir suficientes recursos tanto para las conexiones de trabajo como para las de protección, de forma que se pueda asignar una longitud de onda a cada una. En este sentido, merece la pena destacar que las conexiones de trabajo y las de protección compiten por los mismos recursos. Como ejemplo, la Fig. 2-7a muestra un conjunto de conexiones SP establecidas en dos grafos G^1 y G^2 . Por simplicidad, las conexiones de trabajo (líneas continuas) y las de protección (líneas discontinuas) han sido asignadas a la misma longitud de onda. En este ejemplo, una nueva conexión 3-9 no puede ser establecida por falta de recursos.

Las conexiones BE se establecen utilizando recursos reservados para las conexiones de protección de SP, que se encuentren sin utilizar. La Fig. 2-7b muestra la conectividad equivalente para tráfico BE. Por lo tanto, el tráfico BE está subordinado al tráfico SP; en otras palabras, mientras que la probabilidad de bloqueo para el tráfico SP depende de la topología de la red definida por G y de la intensidad de tráfico, para el tráfico BE también depende de la cantidad de recursos cedidos por las conexiones SP actualmente establecidas. Además, puesto que las conexiones BE se apoyan en los recursos reservados por las conexiones de protección, en el momento en que cualquier recurso usado para soportar conexiones BE deje de estar reservado, la conexión BE es eliminada incluso si no ha expirado

completamente la duración solicitada. A modo de ejemplo, si se elimina la conexión SP 1-7, el enlace 1-2 en G^2 quedará sin reserva y, por lo tanto, una hipotética conexión BE que utilizara ese enlace sería también eliminada. En este sentido, definimos el término tiempo facturable (*bt*, *billable time*) de una conexión como el tiempo total que la conexión se mantiene operando. Entonces, $bt = \rho \cdot ht$, donde ρ es la proporción de duración efectiva de la conexión respecto del total requerido inicialmente. Nótese que $\rho_{BE} \leq 1$, como consecuencia de su eliminación anticipada, mientras que $\rho_{SP} = 1$.

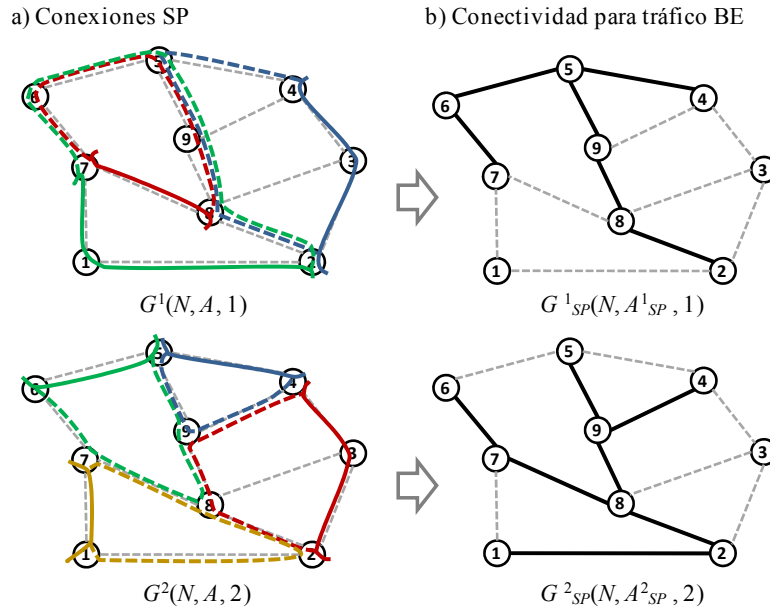


Fig. 2-7 Ejemplo de recursos SP y disponibilidad para BE en dos longitudes de onda.

Con el objetivo de cuantificar la Pb para el tráfico BE, vamos a considerar que un cierto número de conexiones SP han sido establecidas en la red. En este caso, $G^i_{SP}(N, A^i_{SP}, i)$ denota el subgrafo que representa los recursos disponibles para tráfico BE en la longitud de onda i . Por lo tanto, $G_{SP}(N, A_{SP}, \mathcal{W}) = \{G^i_{SP} \mid i \in \mathcal{W}\}$.

De hecho, es posible describir Pb como la contribución de dos factores diferentes: la conectividad del grafo en el que se calculan las rutas (en el caso de las conexiones BE, los subgrafos G^i_{SP} pueden ser no conexos) y de la carga ofrecida a la red. Para el presente análisis, sea R_{BE} el conjunto ordenado de peticiones de conexión y $R^i_{BE}(G^i_{SP})$ el subconjunto de R_{BE} que tiene una ruta factible sobre G^i_{SP} . Entonces, el conjunto completo de peticiones de conexión de BE con ruta factible en G_{SP} viene dado por:

$$R^*_{BE} = \bigcup_{\forall i \in \mathcal{W}} R^i_{BE}(G^i_{SP}) \tag{2.4}$$

Definimos $P(R_{BE}, G_{SP})$ como la probabilidad de que una petición de conexión BE pueda ser establecida de acuerdo con la conectividad actual de G_{SP} , y puede expresarse como:

$$P(R_{BE}, G_{SP}) = \frac{|R_{BE}^*|}{|R_{BE}|} \quad (2.5)$$

Como se sugirió anteriormente, podemos expresar Pb_{BE} como la suma de dos términos. En primer lugar, el número de peticiones de conexión de la clase BE sin una ruta factible en G_{SP} respecto del tamaño de R_{BE} . En segundo lugar, el número de peticiones de conexión con ruta factible en G_{SP} respecto del tamaño de R_{BE} , multiplicado por una función de probabilidad que depende de G y de las intensidades de tráfico de SP (I_{SP}) y de BE (I_{BE}). En consecuencia, $P(R_{BE}, G_{SP})$ proporciona una cota inferior de la probabilidad de bloqueo del tráfico BE, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$Pb_{BE} = \frac{|R_{BE}| - |R_{BE}^*|}{|R_{BE}|} + f(G, I_{SP}, I_{BE}) \cdot \frac{|R_{BE}^*|}{|R_{BE}|} \geq 1 - P(R_{BE}, G_{SP}) \quad (2.6)$$

Por ejemplo, si asumimos que en la Fig. 2-7 R_{BE} contiene todos los pares de nodos posibles (es decir, una distribución de tráfico uniforme), $P(R_{BE}, G_{SP}) = 0.78$ en esta red y Pb_{BE} tiene una cota inferior de 0.22. Como se ha demostrado, el grado de servicio del tráfico BE será en general pobre debido a que está supeditado al tráfico SP, lo cual implica que se obtendrán unos ingresos bajos por transportar esta clase de tráfico.

2.4.2 Particionamiento de longitudes de onda

A la vista del comportamiento del tráfico BE descrito en el apartado anterior, proponemos un novedoso esquema de particionamiento o diferenciación para la provisión de tráfico distinto en la red. Como se describirá en este apartado, este nuevo esquema mejora el grado de servicio del tráfico BE.

La idea principal es dividir el conjunto de longitudes de onda en dos sub-conjuntos diferentes de tamaño $W/2$, que denominaremos W_{WORK} y W_{BUP} , dedicados a las conexiones SP de trabajo y de protección, respectivamente. Las longitudes de onda en ambos conjuntos están relacionadas de una forma rígida de la siguiente manera: cuando se asigna la longitud de onda i a una conexión SP de trabajo, se asigna la longitud de onda $W-i$ a su conexión de protección. La Fig. 2-8 muestra un ejemplo de cuatro longitudes de onda transportando el mismo tráfico que en la Fig. 2-7. En la Fig. 2-8a se representan conexiones SP de trabajo (líneas continuas de color) y en Fig. 2-8b se representan conexiones SP de protección (líneas discontinuas de color).

Denominamos este esquema de particionamiento de longitudes de onda *Conjunto de Longitudes de Onda Diferenciado (diff-WS)*, en contraste con el esquema

tradicional no particionado donde todos los recursos pueden ser utilizados por conexiones de trabajo o de protección (*sh-WS*). En *diff-WS* la compartición de los recursos de protección se restringe a aquellas conexiones de protección cuyas conexiones de trabajo se le ha asignado la misma longitud de onda. Es posible utilizar el algoritmo de Suurballe [Su84] para calcular dos caminos disjuntos de enlace de coste mínimo, considerando los recursos en W_{BUP} como libres.

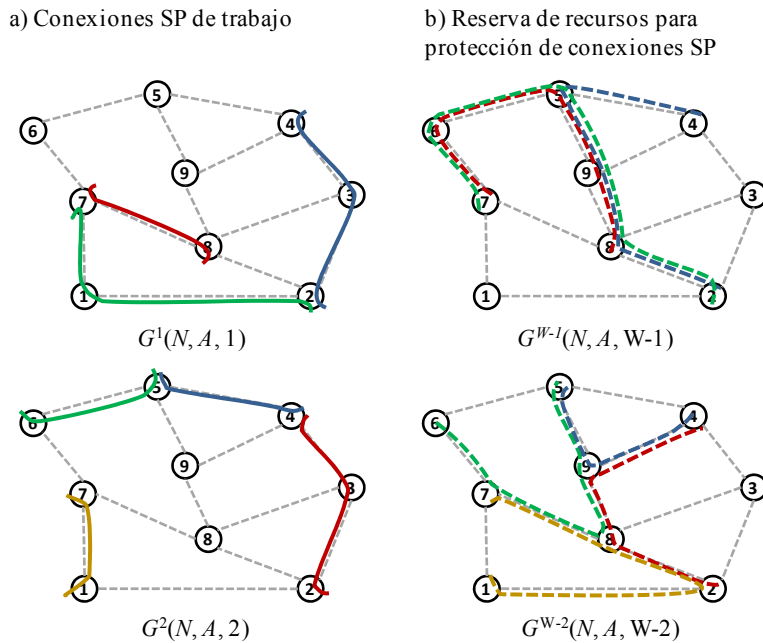


Fig. 2-8 Ejemplo de *diff-WS* donde se han establecido conexiones *SP*.

Puesto que en la arquitectura *diff-WS* el conjunto W_{BUP} está completamente dedicado a reservas de las conexiones de protección, puede utilizarse para soportar tráfico de la clase BE. De esta forma *diff-WS* resulta más beneficiosa que la arquitectura *sh-WS* donde solo aquellos recursos ya reservados para conexiones de protección pueden utilizarse para el tráfico BE. De esta forma, esta nueva arquitectura proporciona un grado de servicio óptimo para el tráfico BE.

2.5 Conclusiones

Una vez definidos los conceptos introductorios a redes, clases de servicio en redes ópticas, y esquemas de particionamiento, se podrá comprender mejor el objetivo del presente trabajo y su desarrollo.

En el siguiente capítulo se definirán conceptos relacionados a la definición de costes e ingresos en redes ópticas y se definirá el enfoque de comparación que se ha elegido para evaluar el diseño de una red.

Capítulo 3.

Valoración de Inversiones en Redes

En este capítulo se presenta el método que se ha elegido para comparar las dos arquitecturas de protección o esquemas de particionamiento. Se trata del Valor Actual Neto (VAN) que permite calcular el valor en tiempo presente de flujos de caja futuros, originados por una inversión. La metodología consiste en evaluar al momento actual (actualizando mediante un tipo de interés) todos los flujos de caja futuros generados por cada una de las alternativas. A estos valores se les resta la inversión inicial requerida en cada caso. Comparando estos valores podremos elegir el esquema que proporcione la rentabilidad más alta.

3.1 Valor Actual Neto (VAN)

La expresión que permite calcular el valor actual neto de una red óptica cuya topología está descrita por el grafo $G(N, A)$, es la utilizada en [He06] y que se desglosa anualmente en [He01], se interpreta de la siguiente forma:

$$VAN = \sum_{\forall y \in Y} \left[\frac{REVENUES_y - OPEX_y}{(1+k)^y} \right] - CAPEX \quad (3.1)$$

donde REVENUES son los ingresos anuales obtenidos por la comercialización de conectividad dependientes de la intensidad (I) de tráfico por nodo, OPEX (OPERational EXpenditures) son los costes de cada año (y) de operación y mantenimiento de la red, k es el tipo de interés o inflación, y finalmente CAPEX (CAPital EXpenditures) es el volumen de inversión o capital requerido para el despliegue inicial de la red.

En los siguientes apartados se presenta un modelo para calcular tanto los ingresos como los costes que se acaban de definir.

3.2 Modelo de Ingresos

El modelo de ingresos considerado consiste en definir conexiones ópticas pertenecientes a dos clases de conexiones, cada una de ellas proporcionando niveles de servicio especificados mediante acuerdos de nivel de servicio (SLA) entre la operadora de telecomunicaciones y los clientes. Un aspecto importante en todo SLA es la disponibilidad de las conexiones.

La forma de aumentar la disponibilidad de las conexiones es mediante esquemas de recuperación (protección o restauración). Asumiremos que se comercializan dos clases de conexiones (o de servicio) ya definidas en el capítulo anterior: las conexiones de clase SP que utiliza protección compartida para proporcionar alta disponibilidad y la conexiones de clase BE que utiliza los recursos asignados a las conexiones de respaldo cuándo éstas no se utilizan (ausencia de fallo).

Para calcular los ingresos anuales, partimos de la intensidad de cada clase de servicio por nodo. Además, como vimos en el capítulo anterior, se define ρ como la proporción de tiempo facturable para cada clase de servicio. Se asume una probabilidad de bloqueo máxima (Pb), y un precio de venta asignado a cada clase de servicio (C). Por lo tanto, podemos obtener los ingresos totales por año, de la siguiente forma:

$$REVENUES_y = \sum_{\forall t \in T} N \cdot I_t \cdot \rho_t \cdot \Delta t \cdot (1 - Pb_t) \cdot C_t \quad (3.2)$$

donde Δt representa un año en horas de servicio. Se asume que las intensidades de tráfico son constantes en el tiempo y, por lo tanto, los ingresos también lo son.

Un aspecto importante a considerar es la relación de precios entre las clase de servicio definidas. Consideramos una justa relación en el ratio $C_{SP} : C_{BE}$ de 5:1. Posteriormente se analizará el efecto de su variación sobre el VAN.

3.3 Costes de despliegue (CAPEX)

En este apartado se presenta el modelo de costes que se utilizará para el cálculo del CAPEX, es decir el valor de la inversión inicial. Podemos distinguir dos costes bien diferenciados, el coste de los nodos ópticos C_{NODE} , que depende de la intensidad de tráfico por nodo y del grado nodal del nodo, y el coste de los enlaces o arcos C_{LINK} , que depende de la longitud del arco.

Por lo tanto el CAPEX de una red óptica puede calcularse mediante la expresión:

$$CAPEX = \sum_{\forall i \in N} C_{NODE}^i + \sum_{\forall j \in A} C_{LINK}^j \quad (3.3)$$

3.3.1 Coste del nodo óptico

Para calcular el coste de un nodo óptico se deben tener en cuenta tres factores: a) el coste base C_{BASE} , que incluye el coste del armazón, un conjunto de tarjetas comunes y el coste de instalación; b) el coste por cada una de las interfaces ópticas del nodo, C_{DEGREE} . Este coste depende directamente del grado nodal (d) del nodo óptico; c) el coste del equipamiento de acceso a la red (transpondedores ópticos) C_{ACCESS} . Este coste dependerá de la intensidad de tráfico que deba transportar la red.

Por lo tanto, el coste de un nodo óptico puede expresarse como:

$$C_{NODE} = C_{BASE} + C_{DEGREE} + C_{ACCESS} \quad (3.4)$$

donde:

$$C_{DEGREE} = C_{Trunk} \cdot d \quad (3.5)$$

$$C_{ACCESS} = maxPaths * C_{Transponder} \quad (3.6)$$

C_{Trunk} es el coste de acuerdo al grado nodal (d) y $maxPaths$ representa el máximo número de conexiones ópticas que tendrán como origen o destino el nodo actual, bajo condiciones de tráfico uniformemente distribuido. Esta cantidad será el número de transpondedores que se instalarán en cada uno de los nodos de la red. Para calcularlo se utiliza la intensidad por nodo de acuerdo al tipo de tráfico y considerando que el máximo será el doble de esta intensidad, se llega a:

$$maxPaths = \left[\sum_{\forall t \in T} 2 \cdot I_t \right] \quad (3.7)$$

donde t es la clase de servicio perteneciente al conjunto T .

Así, el coste total de los nodos en una red se expresa de la siguiente forma:

$$\sum_{\forall i \in N} C_{NODE}^i = \sum_{\forall i \in N} (C_{BASE} + C_{Trunk} \cdot d^i + maxPaths \cdot C_{Transponder}) \quad (3.8)$$

3.3.2 Coste del enlace óptico

El cálculo del coste de un enlace o arco incluye: a) el coste de la fibra óptica C_{FO} , que es función de la longitud total del enlace en km (LA). En este punto conviene destacar que se considera que la fibra óptica ya está desplegada y se imputa al cálculo del CAPEX su uso. Por este motivo, no se incluyen costes de despliegue de los cables de fibra ni, por supuesto, ningún coste de obra civil; b) el coste de los amplificadores ópticos y otros elementos necesarios C_{AMPT} , por ejemplo compensadores de dispersión, que permiten hacer llegar la información entre los extremos del enlace óptico.

Por lo tanto, el coste de un enlace óptico puede expresarse como:

$$C_{LINK} = C_{FO} + C_{AMPT} \quad (3.9)$$

donde:

$$C_{FO} = LA \cdot C_{FOKm} \quad (3.10)$$

siendo C_{FOKm} el coste por km de fibra óptica, y

$$C_{AMPT} = \left\lfloor \frac{LA}{SA} \right\rfloor C_{AMP} \quad (3.11)$$

siendo SA la distancia entre amplificadores y C_{AMP} el coste de un amplificador óptico.

El coste total de los enlaces ópticos en la red, por lo tanto, es:

$$\sum_{\forall j \in A} C_{LINK}^j = \sum_{\forall j \in A} \left(LA^j \cdot C_{FOKm} + \left\lfloor \frac{LA^j}{SA} \right\rfloor C_{AMP} \right) \quad (3.12)$$

Finalmente el CAPEX se calcula:

$$\begin{aligned} CAPEX &= \sum_{\forall i \in N} (C_{BASE} + C_{Trunk} \cdot d^i + maxPaths \cdot C_{Transponder}) + \\ &+ \sum_{\forall j \in A} \left(LA^j \cdot C_{FOKm} + \left\lfloor \frac{LA^j}{SA} \right\rfloor C_{AMP} \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.4 Costes de operación (OPEX)

Los costes anuales de operación y mantenimiento de la red pueden dividirse en tres componentes diferenciados: a) coste de monitorización del estado de la red C_{MON} , es el coste de vigilancia para detectar alarmas y anomalías, de forma que se puedan solucionar sin que den lugar a problemas de corte de servicio; b) costes provisión C_{PROV} , es el coste de provisionar el servicio que presta la red, es decir las conexiones ópticas. Este coste es una función del volumen de tráfico que transporta la red; c) coste de reparación de averías C_{REPAIR} , representa el coste en que debe incurrirse para reparar los fallos de los sistemas que componen, por ejemplo, los nodos ópticos, los amplificadores ópticos y las roturas de fibra. El tiempo medio entre fallos (MTTF) de cada uno de los componentes es conocido y por lo tanto, se puede estimar el número de fallos de los mismos en cada año.

El OPEX anual de una red óptica puede calcularse mediante la expresión:

$$OPEX = C_{MON} + C_{PROV} + C_{REPAIR} \quad (3.14)$$

3.4.1 Coste de Monitorización o supervisión de la red

Este coste depende del número de personas que monitoricen la red en función de los nodos. Consideramos que una persona puede supervisar 10 nodos en una red.

$$C_{MON} = C_{MYear} \cdot WorkTeam \left\lceil \frac{N}{10} \right\rceil \quad (3.15)$$

Donde *WorkTeam* es el número de personas que trabajan para cubrir las 24 hr del día, considerando que trabajará una persona por turno al día, y una persona más cubrirá vacaciones y días de fiesta. C_{MYear} es el coste anual de trabajo por persona.

3.4.2 Coste de Provisión

El coste de provisión se refiere al coste por persona que se dedique a establecer las conexiones entrantes en la red.

$$C_{PROV} = C_{MYear} \cdot P_{PROV} \quad (3.16)$$

Donde P_{PROV} es el número de personas necesarias para provisionar las conexiones sobre la red. El número de personas necesarias depende del número de peticiones de conexión entrantes a la red. Para calcular este número de conexiones en un periodo de un año, basta con hacer la relación entre las horas de un año y el tiempo entre llegadas de las conexiones. Por lo tanto, el número de llegadas a lo largo del año puede calcularse como:

$$numLlegadasAño = \frac{\Delta t}{iat_{SP}} + \frac{\Delta t}{iat_{BE}} = \frac{\Delta t}{ht} \cdot (I_{SP} + I_{BE}) \quad (3.17)$$

donde Δt representa las horas en un año. Se considera que cada persona trabaja únicamente un turno, y el tiempo de trabajo efectivo por persona, en horas al año está definido por *WTime*. Además, definimos CX_{hr} como el número de conexiones que cada persona puede atender en una hora.

Finalmente, el coste de provisión de la red total puede calcularse como:

$$C_{PROV} = C_{MYear} \left\lceil \frac{\Delta t}{ht \cdot CX_{hr} \cdot WTime} \cdot (I_{SP} + I_{BE}) \right\rceil \quad (3.18)$$

3.4.3 Costes de Reparación

El modelo de costes de reparación incluye la estimación de número de fallos anual de la cantidad de elementos o subsistemas que se detallan a continuación. Para cada uno de estos elementos se dispone de su MTTF.

- Nodo óptico completo, que puede fallar principalmente debido a un fallo del software. El número de sistemas que pueden tener un fallo es igual al número de nodos de la red.

$$OXC = N \quad (3.19)$$

- Transpondedor óptico. Existen transpondedores por cada nodo dependiendo de la intensidad media ofrecida por cada clase de servicio. Para obtener el número de transpondedores ópticos de la red, hacemos uso de *maxPaths*, cuyo valor fue obtenido en el cálculo del CAPEX. Este valor se calcula en base a un valor máximo de intensidad por nodo y lo escalamos multiplicando por el número de nodos. Así obtenemos el número de transpondedores ópticos en la red.

$$Transp = maxPaths \cdot N \quad (3.20)$$

- Conmutador WSS (Wavelength Selective Switch). Es el componente básico de una tarjeta troncal WDM. El número de conmutadores WSS se calcula como la suma de los grados nodales de todos los nodos de la red, o bien, de forma simplificada, de la siguiente forma:

$$WSS = 2A \quad (3.21)$$

- Fibra óptica en función de la distancia. Los fallos de fibra son principalmente debidos a obra civil que implica el uso de maquinaria. Calculamos el total de km con la variable LA_j que es la longitud del arco j .

$$FO = \sum_{\forall j \in A} LA_j \quad (3.22)$$

- Amplificador óptico. Se instala un amplificador óptico por cada SA km de fibra óptica. El número de amplificadores ópticos en la red es calculado en la ecuación siguiente:

$$AO = \sum_{\forall j \in A} \left\lfloor \frac{LA_j}{SA} \right\rfloor \quad (3.23)$$

Para calcular el número de fallos por sistema, se considera que siguen una distribución Weibull de media MTTF, con parámetro de forma igual a 2. Por lo tanto la función de distribución puede calcularse como:

$$D(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\lambda} \right)^k \right] \quad (3.24)$$

donde x es intervalo de tiempo (Δt), k es el parámetro de forma y el parámetro de escala λ puede calcularse como:

$$\lambda = \frac{2 \cdot MTTF}{\sqrt{\pi}} \quad (3.25)$$

La probabilidad de que los elementos fallen en el año y , es la probabilidad de fallo del año y menos la probabilidad de fallo del año anterior $y-1$.

$$P(y) = P_y - P_{y-1} \quad (3.26)$$

Calculamos los elementos que fallan este año, multiplicando la función de densidad por el número de elementos del sistema.

Para determinar el número de fallos de un determinado tipo de elemento o sistema por año se ha desarrollado un algoritmo iterativo considerando que los elementos que fallan son reparados, y por tanto su probabilidad de fallo es la misma que la de un elemento nuevo, así se va actualizando su tiempo de vida.

```

Calcular parámetro de escala Weibull del tipo de elemento.
Añadir parámetro de forma Weibull del tipo de elemento.

For (Cada Año i)
  Calcular Prob. de fallo año i
  Elementos en año de vida i = 0
  Fallos año i = 0
End
Elementos en año de vida 1 = Total numero elementos
Fallos Totales Elemento = 0

For (Cada año i)
  Fallos año i = 0
  For (Cada año j ≤ i)
    N° fallos año j = Prob. de fallo año j * Elementos en año
    de vida j.
    Fallos año i += N° fallos año j
  End

  For (Cada año j ≥ 2, j ≤ i)
    Elementos en año de vida j = Elementos en año de vida j-1
    - N° fallos año j-1.
  End
  Elementos en año de vida 1 = Fallos Año i
End
Return (Fallos Año)

```

Para la reparación de los fallos suponemos que el personal que cubre los tres turnos del día puede reparar dos fallos al día, considerando tiempos de desplazamiento hasta el lugar del fallo y tiempos de reparación, a esto lo llamamos *MaxFailTeam*.

Para determinar el coste por reparación de la red, una vez obtenido el número total de fallos (F_y) en el año y , hacemos el siguiente cálculo:

$$C_{REPAIR_y} = C_{WTeam} \left[\frac{F_y}{365 \cdot MaxFailTeam} \right] \quad (3.27)$$

donde C_{WTeam} es el coste de las tres personas que cubren los turnos en un día, más una persona que cubre vacaciones y fiestas.

Finalmente el cálculo total del OPEX en el año y lo calculamos de la siguiente forma:

$$OPEX_y = C_{MYear} WorkTeam \left[\frac{N}{10} \right] + C_{MYear} \left[\frac{\Delta t(I_{SP} + I_{BE})}{ht \cdot CX_{hr} \cdot WTime} \right] + C_{WTeam} \left[\frac{F_y}{365 \cdot MaxFailTeam} \right] \quad (3.28)$$

3.5 Caso específico de cálculo

En este apartado se calculará el VAN con datos determinados.

3.5.1 Valores de los parámetros

Coste medio de cada uno de los sistemas son ilustrativos, utilizados para una red concreta.

Tabla 3-1 Coste de los sistemas.

Transpondedor ($C_{Transponder}$)	3,000€
Km de fibra (C_{FOKm})	1,000€
Tarjeta troncal (C_{Trunk})	20,000€
Amplificador (C_{AMP})	8,000€
OXC (C_{BASE})	200,000€

Coste medio del grado nodal (lineal) = 20,000€*valor del grado nodal (d).

3.5.2 Otros parámetros

Tiempo medio entre fallos:

Tabla 3-2 Valores de MTTF.

Transpondedor	400,000 hrs
Km de fibra	263,000 hrs
Tarjeta troncal (WSS)	500,000 hrs
Amplificador	250,000 hrs
OXC	200,000 hrs

Distancia media entre amplificadores (SA) = 80km.

3.5.3 Datos específicos

Arquitectura de red = *diff-WS*.

Interés, inflación anual (k) = 6%.

Red de 12 N y 28 A .

Distancia de todos los arcos (LA) = 100 km.

Número de personas en un turno (*WorkTeam*) = 4.

Coste anual de un trabajador (C_{MYear}): 40,000€.

Intensidad esperada por nodo SP (I_{SP}) = 6.5 Erlangs.

Intensidad esperada por nodo BE (I_{BE}) = 7.7 Erlangs.

Intervalo de tiempo (un año) (Δt) = 8760 hrs.

ht (2 días) = 48 hrs.

Conexiones que una persona establece por hora de trabajo (CX_{hr}) = 4.

Tiempo efectivo de trabajo por persona al año ($WTime$) = 11*22*7hrs.

Coste de un grupo de personas para cubrir un turno (C_{WTeam}): 160,000€.

Máximo número de fallos de sistemas por grupo ($MaxFailTeam$) = 2.

Proporción de tiempo SP (ρ_{SP}) = 1

Proporción de tiempo BE (ρ_{BE}) = 1

Probabilidad de bloqueo esperada (Pb_{SP}) = 1%

Probabilidad de bloqueo esperada (Pb_{BE}) = 5%

Precio de venta (C_{SP}) = 3€

Precio de venta (C_{BE}) = 0.6€ (ratio $C_{SP} : C_{BE}$ 5:1)

Numero de años a evaluar (Y) = 10

3.5.4 Resultados obtenidos

En primer lugar se hace el cálculo de la inversión inicial (CAPEX) que da un valor de 7,588.00 k€.

Haciendo una evaluación a 10 años, se presentan en la Tabla 3-3 los resultados obtenidos en miles de euros (k€) para el OPEX, REVENUES y VAN de cada año.

Tabla 3-3 Resultados obtenidos por año para el caso específico.

Año	OPEX (k€)	REVENUES (k€)	VAN (k€)
1	680.00	2,358.27	-6,004.72
2	680.00	2,358.27	-4,511.06
3	680.00	2,358.27	-3,101.95
4	680.00	2,358.27	-1,772.60
5	680.00	2,358.27	-518.50
6	840.00	2,358.27	551.83
7	840.00	2,358.27	1,561.56
8	840.00	2,358.27	2,514.15
9	840.00	2,358.27	3,412.81
10	840.00	2,358.27	4,260.61

Podemos comprobar que el VAN va aumentando conforme pasan los años, y se finaliza, al cabo de 10 años, con una ganancia de 4,260.61 k€.

La siguiente figura nos muestra la evaluación anual del VAN para el caso específico de cálculo.

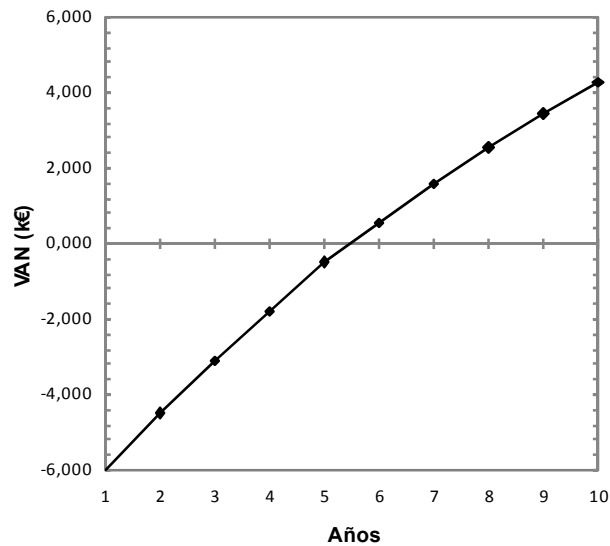


Fig. 3-1 Ejemplo de evolución del VAN.

3.6 Conclusiones

En este capítulo se han definido los ingresos por el funcionamiento de una red, los costes de despliegue y mantenimiento, así como la forma de evaluarlos en tiempo presente y conocer el beneficio total, estos procesos y cálculos son suficientes para evaluar una red en concreto. A partir de aquí, tendremos la pauta para comparar distintos diseños de redes con diferente número de arcos y elegir la mejor opción. Los cálculos presentados se tendrán que hacer para cada esquema de particionamiento (*diff-WS* y *sh-WS*) en función de I .

En el siguiente capítulo se presentará un modelo de programación matemática que permitirá evaluar el VAN de redes creadas bajo los esquemas de particionamiento y en capítulos posteriores se presentarán resultados de CAPEX, OPEX, ingresos y VAN obtenidos mediante estos modelos.

Capítulo 4.

El problema OVALO

Uno de los retos más importantes de un operador de telecomunicaciones consiste en dimensionar su red de forma que obtenga el máximo beneficio. En este capítulo, se describirá el modelo propuesto, al que se denominará OVALO (*Optical network net present VALue Optimization*). El objetivo del problema OVALO es diseñar la red que proporcione el VAN más alto, seleccionando entre los esquema de particionamiento *shWS* y *diffWS*.

4.1 Consideraciones iniciales

Antes de comenzar con la definición del problema OVALO, es necesario aclarar las siguientes consideraciones. En primer lugar, la red a diseñar parte del conocimiento de los emplazamientos donde se instalarán los nodos, que coinciden con puntos de demanda o con centros de interconexión previamente existentes. En segundo lugar, se contará con el conocimiento de la conectividad entre los nodos, que proviene de la infraestructura de cableado óptico existente. A este conjunto de infraestructura que proporciona conectividad la denominamos *red saturada*. El resultado del problema OVALO será el diseño de una red planar, por lo tanto algunos de los arcos de la red saturada no podrán seleccionarse al ser mutuamente excluyentes. Finalmente, se dispone de un conjunto de longitudes de onda, que vendrá predeterminado por la tecnología WDM utilizada en la red.

Como ejemplo, la Fig. 4-1 muestra una red con la topología inicial saturada, que está formada por 8 nodos y 24 arcos bidireccionales. Es fácil advertir que la topología proporcionada no es planar, ya que existen numerosos cruces entre arcos. También podemos observar que existen arcos conectando los mismos nodos extremos. Por lo tanto, es necesario disponer de información acerca de la exclusión mutua que existe entre los diferentes arcos de la red inicial.

La Fig. 4-2 muestra un posible diseño de la red anterior que cumple con el requisito de planaridad.

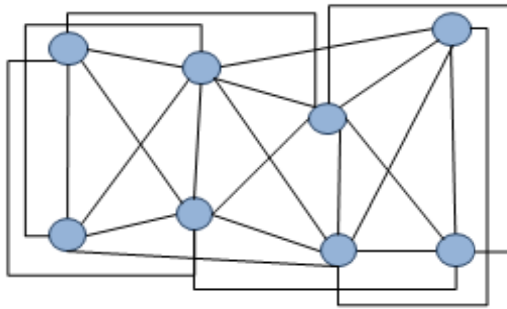


Fig. 4-1 Ejemplo de red inicial saturada
8 N y 24 A .

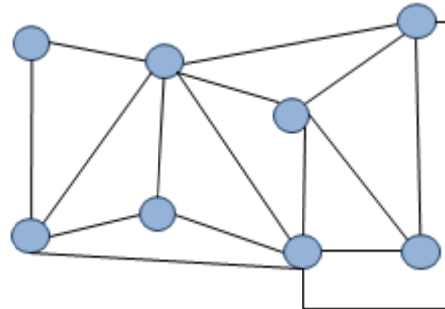


Fig. 4-2 Posible solución de
dimensionado de red.

4.2 Definición del problema OVALO

Podemos definir el problema OVALO como:

Dados:

- $\mathcal{G}(N, A, W)$, el grafo inicial, donde N es el conjunto fijo de nodos, A el conjunto completo de arcos o enlaces WDM bidireccionales disponibles en la red saturada y W el conjunto de longitudes de onda en cada enlace.
- K el conjunto de todas las demandas existentes entre cualquier pareja de nodos, donde cada demanda está identificada por la pareja de nodos origen y destino y la duración del servicio.
- P el conjunto de parejas de arcos excluyentes entre sí. Las parejas de arcos excluyentes están formadas por arcos que se cruzan entre sí, provocando que un grafo deje de ser planar, o, arcos que establecen la misma conexión directa entre dos nodos, que definen opciones diferentes de la misma conectividad, pero cruzando con otros arcos.
- El conjunto de clases de servicio a ser proporcionado por la red.
- Los términos de los acuerdos de nivel de servicio y grado de servicio que se deben proporcionar en cada una de las clases de servicio proporcionadas. Básicamente, nivel de disponibilidad del servicio y probabilidad de bloqueo máxima.
- La estructura de tarifas del operador, especificada por los precios fijos que carga a sus clientes por cada unidad de tiempo de servicio.

- Las arquitecturas de los nodos ópticos y los costes y resto de parámetros de los subsistemas que los componen. De idéntica forma, la arquitectura de los enlaces ópticos y los costes y otros parámetros asociados.
- El modelo de costes asociado con la operación de la red.
- El periodo de tiempo sobre el que se realiza el estudio (en años) y tipo de interés que se aplicará durante todo el periodo.

Salidas:

- El esquema de particionamiento seleccionado.
- El diseño de la red planar, respetando las exclusiones entre arcos definidas en el conjunto P .
- Debe resultar una red bi-conexa, donde existan dos caminos disjuntos para cada demanda.
- La provisión de todas las demandas sobre la red diseñada.

Objetivo:

- Seleccionar el esquema de particionamiento y diseñar la red óptica de forma que se maximice el VAN en un intervalo de tiempo considerado.

4.3 Dificultades para la resolución del problema

Como se ha descrito en el apartado anterior, el objetivo del problema OVALO es el maximizar en VAN definido en la ecuación 3.1. Para seleccionar el esquema de particionamiento que proporciona máximo VAN es necesario diseñar las redes que maximizan el VAN para cada uno de los esquemas y , a continuación, seleccionar la que proporciona el mayor valor. Por lo tanto, dividiremos el problema OVALO en dos subproblemas, uno para cada esquema: $OVALO_{shWS}$ y $OVALO_{diffWS}$.

La complejidad de la expresión del VAN, incluyendo su no linealidad, es demasiado elevada como para intentar resolver un problema de optimización con ésta como función objetivo. Por este motivo, se analizará detenidamente. Como puede verse, en la expresión del VAN intervienen tres factores: los ingresos anuales, los gastos de mantenimiento (OPEX) y la inversión inicial en el despliegue de la red (CAPEX). En general, el OPEX aumenta cuando aumenta el CAPEX ya que a más elementos instalados, mayor será el gasto de su mantenimiento. Por lo tanto, manteniendo estables los ingresos y minimizando el CAPEX, se minimiza también el OPEX y se termina maximizando el VAN. Al contrario, manteniendo estables CAPEX y OPEX y aumentando los ingresos se maximiza también el VAN.

Sin embargo, no se tiene ninguna forma de predecir cuál de las dos opciones nos proporcionará el VAN más alto. Por este motivo, proponemos crear dos subproblemas con distinta función objetivo: uno que maximice los ingresos,

$OVALO^{maxREVENUES}$, y otro que minimice el CAPEX, $OVALO^{minCAPEX}$. La comparación del VAN proporcionado por cada uno de los subproblemas, nos dará el VAN mayor que podemos conseguir por esquema de particionamiento.

Además, como se desprende de la ecuación 3.2, los ingresos dependen directamente de la intensidad de tráfico que pueda transportar la red, sin superar una probabilidad de bloqueo dada. Por este motivo, maximizar los ingresos implica maximizar esta intensidad. Por lo tanto, la primera función objetivo del subproblema $OVALO^{maxREVENUES}$ equivale a maximizar la suma de intensidades de cada clase de conexión t ,

$$Max \sum_{\forall t \in T} I_t \quad (4.1)$$

Sin embargo, el problema de la función objetivo anterior es que no se sabe como calcular este valor máximo de intensidad por clase de conexión. Únicamente se sabe que depende de la topología de la red y que se relaciona con una probabilidad de bloqueo.

Por otro lado, la función objetivo del subproblema $OVALO^{minCAPEX}$ se encamina a minimizar los costes derivados de la inversión inicial o de despliegue. Este coste, como ya se ha visto anteriormente, dependerá de los componentes de la red.

$$Min CAPEX \quad (4.2)$$

Cada subproblema, con las mismas restricciones, dará como resultado una red concreta, con la que separadamente, se realizará el cálculo del VAN para seleccionar la que de mayor valor.

En este sentido, para que ambos problemas sean comparables en el VAN, se tendrá que fijar de alguna manera la dimensión de la red. Si se resolviera el subproblema $OVALO^{minCAPEX}$ sin fijar esta dimensión, el resultado sería no desplegar la red. Por este motivo, desarrollaremos un algoritmo iterativo de forma que de antemano se fije el número de arcos que debe tener la solución (el número de nodos viene fijado por la red inicial). De esta forma los diseños de las redes finales serán los mismos en cuanto a cantidad de elementos, pero distintos en todo lo demás, incluida la topología de la red.

Como se ha dicho, para evaluar los subproblemas en un número de arcos, se tendrá que aplicar un método iterativo, que vaya fijando un número de arcos en cada iteración, y de acuerdo al resultado obtenido, lo aumente o disminuya hasta llegar al mejor valor de la función objetivo, y obtener un máximo VAN con el mejor diseño de red.

Por lo tanto, podemos resumir la función objetivo del problema OVALO completo, como:

$$\max \left\{ \begin{array}{l} VAN(OVALO_{shWS}^{\min CAPEX}), \\ VAN(OVALO_{shWS}^{\max REVENUES}), \\ VAN(OVALO_{diffWS}^{\min CAPEX}), \\ VAN(OVALO_{diffWS}^{\max REVENUES}), \end{array} \right\} \quad (4.3)$$

4.4 Conclusiones

En este capítulo se ha definido el problema OVALO, su objetivo, y las dificultades de su modelización. Una de las funciones desconocidas del problema es la intensidad de tráfico máxima sin sobrepasar la probabilidad de bloqueo dada. En el segundo capítulo se ha definido la forma para simular una intensidad en base a distribuciones de probabilidad, sin embargo, el modelo para el problema OVALO demanda una ecuación que otorgue un valor calculable para maximizar el VAN. En el siguiente capítulo se propone un modelo estadístico para obtener el valor de la intensidad máxima que se puede ofrecer a la red. Una vez conocida la forma de calcularla, proseguiremos con la implementación el modelo para resolverlo.

Capítulo 5.

Modelo Estadístico de la Intensidad de Tráfico

El objetivo de este capítulo es definir, mediante técnicas y modelos estadísticos, la cantidad de tráfico o intensidad, en cada esquema de particionamiento y por cada clase de conexión, que puede transportar una red óptica, cumpliendo con una probabilidad de bloqueo determinada.

5.1 Diseño de experimentos

La metodología a seguir durante la modelización estadística es, buscar modelos de regresión sobre un conjunto de redes de estudio, para después, evaluar y validar los resultados obtenidos sobre un conjunto de redes de prueba.

Para la construcción del conjunto de redes de estudio, se han escogido topologías ópticas reales (planares), cuyo rango abarca desde redes pequeñas, utilizadas en centros de investigación para experimentación, hasta redes grandes usadas como enlaces de conectividad a nivel nacional o internacional, asegurando así una gran diversidad y nivel de aplicación. Con la intención de ampliar este conjunto, se han incluido también, topologías derivadas de redes reales, añadiendo o eliminando arcos y/o nodos a éstas. De este modo, hemos conseguido ampliar la heterogeneidad del conjunto de redes de estudio. La Tabla 5-1 muestra el número de nodos y arcos de cada una de las redes de estudio, así como el grado nodal medio.

La variable N da una primera idea de la magnitud de la red, en el conjunto total de redes se mueve entre 9 nodos como mínimo y 28 como máximo. La variable A define, a grandes rasgos, la conectividad de la red y se mueve, en el conjunto total,

sobre un rango de 11 a 44 en base a la variable resultante: grado nodal medio por red, esta última variable oscila en un rango entre 2.38 y 3.37 como máximo.

Tabla 5-1 Conjunto de redes de estudio.

Id	NOMBRE	N	A	$\langle d \rangle$
1	CARISMA911	9	11	2.44
2	CARISMA913	9	13	2.89
3	JAPAN1118	11	18	3.27
4	DT1423	14	23	3.29
5	DT1726	17	26	3.06
6	EONCORE1924	19	24	2.53
7	EONCORE1928	19	28	2.95
8	EONCORE1932	19	32	3.37
9	ARPANET2125	21	25	2.38
10	NSFLT2835	28	35	2.50
11	NSFLT2839	28	39	2.79
12	EONBASIC2841	28	41	2.93
13	EONRING2844	28	44	3.14

Para la comprobación de los modelos, se han utilizado 3 redes reales, de diferente tamaño y dentro del rango de estudio. La Tabla 5-2 muestra las características fundamentales de las redes de prueba.

La Fig. 5-1 ilustra, mediante un diagrama de dispersión, la distribución de las redes descritas anteriormente, en base a sus características físicas (N y d), utilizadas para realizar tanto el estudio como la validación. Se ha tomado en cuenta el d como un buen indicador de la dimensión de la red y que engloba a la variable A . Se puede observar una correcta heterogeneidad en las redes de diseño y se pueden aceptar las redes de test, como buenos indicadores del funcionamiento de los modelos.

Tabla 5-2 Conjunto de redes de prueba.

Id	NOMBRE	N	A	$\langle d \rangle$
1	RNPNET1012	10	12	2.40
2	EONCORE1623	16	23	2.88
3	NSFLT2837	28	37	2.64

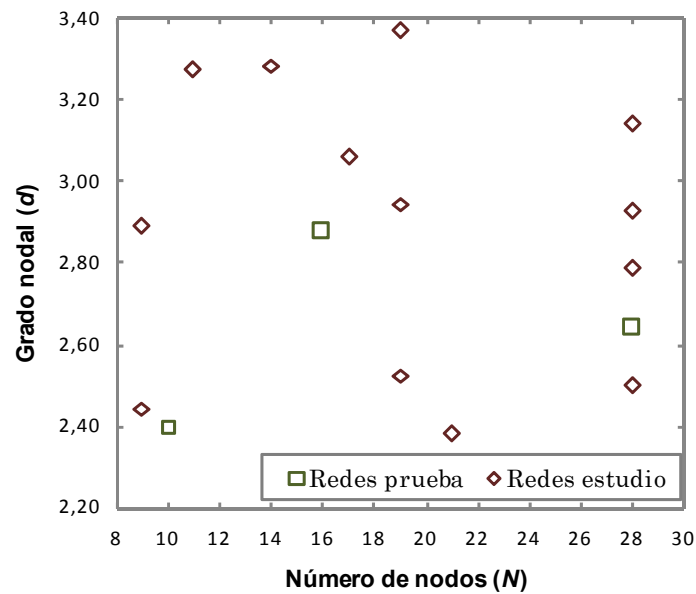


Fig. 5-1. Diagrama de dispersión de redes de estudio y prueba.

5.2 Variables

5.2.1 Variables explicativas

Las siguientes son variables explicativas, descriptivas de cada red, e inherentes a su distribución física. Todas estas variables serán tomadas en cuenta para generar los modelos de regresión finales, algunas son compuestas por otras.

- Nodos (N): Número de nodos que existen en la red.
- Arcos (A): Número de arcos que enlazan N .
- Longitudes de onda (W): En este estudio se fijará a 16 longitudes de onda para todas las redes por ser una dimensión media aplicable.
- Grado Nodal Medio ($\langle d \rangle$): El grado nodal medio de la red.
- Grado Nodal Máximo (d_{Max}): Es el número máximo de arcos que inciden sobre un nodo de la red.
- Grado Nodal Mínimo (d_{Min}): Es el número mínimo de arcos que inciden sobre un nodo de la red.
- Grado Nodal Mediano (d_{Med}): Mediana del número de arcos que inciden sobre un nodo de la red.

Para intentar ampliar el conjunto de variables mencionadas se opta por tomar en cuenta las que se describen a continuación:

Consideremos S como el conjunto de distancias mínimas entre cualquier par de nodos de la red, donde $S_{ii'}$ sea el mínimo número de arcos entre los nodos i y i' .

Partiendo de este conjunto, definimos tres nuevas variables explicativas:

- Distancia media en saltos (h): Es la media de los elementos del conjunto S .
- Diámetro (D): Se define con la expresión $\text{Max}_{\forall i \in N} \text{Max}_{\forall i' \in N} S_{ii'}$.
- Radio (R): Se define con la expresión $\text{Min}_{\forall i \in N} \text{Max}_{\forall i' \in N} S_{ii'}$.

Adicionalmente a estas variables extraídas y/o calculadas a partir de los grafos de las redes, se ha obtenido un conjunto de variables a partir de una transformación de las topologías. Aplicando un procedimiento usado para estimar el grado de conectividad de una red, se ha eliminado aquellos nodos con un grado nodal de 2, sustituyéndolos por un único arco entre los nodos extremo. Se le ha llamado *sub-topología* a esta red derivada, y la comparación con respecto a la red original podría aportar información significativa acerca de la disponibilidad de recursos y de la capacidad de la red. La Fig. 5-2 muestra un ejemplo de construcción de sub-topología para una red de 9 nodos y 12 arcos.

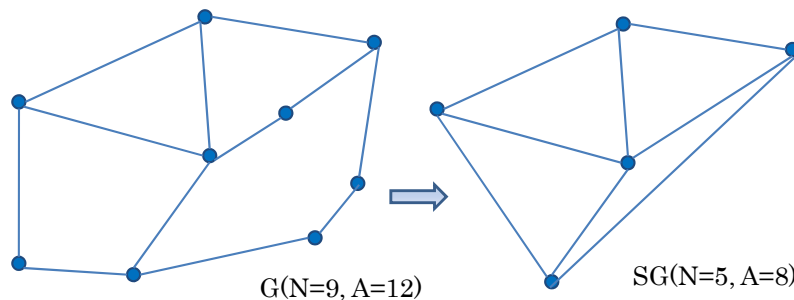


Fig. 5-2. Sub-topología (SG) derivada de una red concreta (G).

Las nuevas variables a añadir al conjunto ya mencionado de variables explicativas serán:

- Sub Nodos (SN): Número de nodos de la sub-topología.
- Sub Arcos (SA): Número de arcos contabilizados en la sub-topología.
- Sub Grado Nodal (Sd): Grado nodal medio de la sub-topología.

La Tabla 5-3 muestra los valores de las variables descritas anteriormente para cada una de las redes de estudio. Todas se tomarán en cuenta para la creación del modelo estadístico.

Tabla 5-3 Variables explicativas para la creación de los modelos.

ID	NOMBRE	<i>N</i>	<i>A</i>	$\langle d \rangle$	<i>dMax</i>	<i>dMed</i>	<i>h</i>	<i>D</i>	<i>R</i>	<i>SN</i>	<i>SA</i>	<i>Sd</i>
1	CARISMA911	9	11	2.44	4	2	2.06	4	2	3	5	3.33
2	CARISMA913	9	13	2.89	5	3	1.86	3	2	5	9	3.60
3	JAPAN1118	11	18	3.27	6	3	2.00	4	2	10	17	3.40
4	DT1423	14	23	3.29	6	3	2.34	5	3	11	20	3.64
5	DT1726	17	26	3.06	6	3	2.70	6	3	10	19	3.80
6	EONCORE1924	19	24	2.53	4	2	3.05	7	4	8	13	3.25
7	EONCORE1928	19	28	2.95	4	3	2.92	6	4	14	23	3.29
8	EONCORE1932	19	32	3.37	6	3	2.61	6	3	15	28	3.73
9	ARPANET2125	21	25	2.38	4	2	3.46	7	4	6	10	3.33
10	NSFLT2835	28	35	2.50	5	2.5	4.07	9	6	14	23	3.29
11	NSFLT2839	28	39	2.79	5	3	3.95	9	5	18	29	3.22
12	EONBASIC2841	28	41	2.93	5	3	3.56	8	4	19	32	3.37
13	EONRING2844	28	44	3.14	5	3	3.47	7	5	22	38	3.45

5.2.2 Variables de respuesta

El modelo estadístico deberá explicar la intensidad entrante que puede admitir cada nodo, para cada clase de conexión y cada esquema de particionamiento. Esta intensidad deberá producir una cierta probabilidad de bloqueo considerada para asegurar un buen grado de utilización de los recursos físicos. Así, para la modelización completa, serán necesarias 5 funciones:

1. Intensidad por nodo de la clase de conexión SP, para obtener probabilidad de bloqueo igual al 1%, bajo el esquema de particionamiento *diff-WS*.

$$I_{SP}^{diffWS} \quad (5.1)$$

2. Intensidad por nodo de la clase de conexión BE, para obtener probabilidad de bloqueo igual al 5%, bajo el esquema de particionamiento *diff-WS*.

$$I_{BE}^{diffWS} \quad (5.2)$$

3. Intensidad por nodo de la clase de conexión SP, para obtener probabilidad de bloqueo igual al 1%, bajo el esquema de particionamiento *sh-WS*.

$$I_{SP}^{shWS} \quad (5.3)$$

4. Intensidad por nodo de la clase de conexión BE, para obtener probabilidad de bloqueo igual al 5%, bajo el esquema de particionamiento *sh-WS*.

$$I_{BE}^{shWS} \quad (5.4)$$

5. Proporción de tiempo en que las conexiones de la clase BE son establecidas bajo el esquema de particionamiento *sh-WS*.

$$\rho_{BE}^{shWS} \quad (5.5)$$

Los datos a utilizar para la modelización de la variable de respuesta, son generados mediante un simulador implementado en Matlab [Mat], cuyo funcionamiento se describe a continuación.

Se generan, en cada red evaluada, peticiones de conexión que llegan a los nodos según una distribución Poisson (con un tiempo medio entre llegadas igual a iat). Por otra parte, cada conexión se establece durante un tiempo de servicio que sigue una distribución aleatoria exponencial (donde el tiempo medio es igual a ht). Cada petición de establecimiento de conexión decide el nodo destino a partir de una distribución uniforme sobre todos los nodos de la red.

El dato obtenido como intensidad, se extrae de la simulación, haciendo el cociente entre la tasa de llegadas ($1 / iat$) y la tasa de servicio ($1 / ht$), esta variable se mide en Erlangs por nodo de la red (ht / iat), como ya se ha definido anteriormente. El procedimiento general para encontrar el dato buscado, consiste en fijar el ht y variando el iat hasta llegar a probabilidad de bloqueo objetivo.

Específicamente, la elección de datos para el caso *diff-WS* se va haciendo simultáneamente en las dos clases de conexión, sobre todas las redes, que marquen una probabilidad de bloqueo del 1% para la clase SP, y que den una probabilidad de bloqueo del 5% para la clase de conexión BE.

Concretamente en el esquema de particionamiento *sh-WS*, se busca primero la intensidad de la clase SP que de una probabilidad de bloqueo del 1%, a partir de este punto, la intensidad encontrada, se convierte en dato fijo para la simulación, y se procede a la búsqueda de la intensidad en la clase de conexión BE, que de una probabilidad de bloqueo del 5%.

Ya que las proporciones de probabilidad de bloqueo crecen en forma diferente sobre cada red y cada tipo de tráfico en base a la intensidad, se requiere menos cantidad de simulaciones para encontrar los puntos de intensidad buscados, sobre unas redes que sobre otras. En varios puntos, es posible encontrar el valor exacto, sin embargo, en otros casos, se tienen que utilizar métodos de interpolación para concretarlos, en base a dos valores muy cercanos (mayor y menor) a la intensidad esperada.

Para ejemplificar la precisión necesaria, supongamos que se ha encontrado un modelo que explique la variable de respuesta intensidad (I) en un muy alto porcentaje y que otorga una probabilidad de bloqueo de un 1% para una red específica. Si con este supuesto ajuste, se tienen posibles variaciones que podrían representar en la red, el aumento o disminución de 0% a 5% de probabilidad de

bloqueo en las peticiones de conexión, este modelo no se podría validar, ya que se pretende ofrecer un servicio de calidad, con un buen nivel de seguridad a los clientes. Es por esto que se pretenderá obtener el mejor ajuste posible sobre la variable de respuesta.

La Tabla 5-4 muestra los resultados para cada una de las variables de respuesta a modelar, observada por medio de simulación para cada una de las redes de estudio.

Tabla 5-4 Variable de respuesta a modelar.

ID	NOMBRE	I_{SP}^{diffWS}	I_{BE}^{diffWS}	I_{SP}^{shWS}	I_{BE}^{shWS}	ρ_{BE}^{shWS}
		PB=1%	PB=5%	PB=1%	PB=5%	
1	CARISMA911	1.72	2.39	1.65	0.35	0.57
2	CARISMA913	2.50	3.26	2.60	0.70	0.60
3	JAPAN1118	2.52	3.28	2.84	0.32	0.61
4	DT1423	2.14	2.81	2.34	0.15	0.58
5	DT1726	1.54	2.01	1.69	0	N/A
6	EONCORE1924	1.05	1.37	1.09	0	N/A
7	EONCORE1928	1.34	1.75	1.39	0	N/A
8	EONCORE1932	2.01	2.54	2.31	0	N/A
9	ARPANET2125	0.79	1.07	0.80	0	N/A
10	NSFLT2835	0.63	0.85	0.62	0	N/A
11	NSFLT2839	0.71	0.94	0.71	0	N/A
12	EONBASIC2841	0.97	1.24	1.03	0	N/A
13	EONRING2844	1.13	1.41	1.21	0	N/A

Una vez encontrados los datos necesarios procedemos con la modelización de una función que los explique.

5.3 Modelización

Durante la modelización se utilizan los entornos estadísticos R [R] y Minitab [Min] para la evaluación de modelos de regresión. Introducción a algunas de estas técnicas se describen en [Do02].

Se tendrá que ir con atención en la modelización de la variable de respuesta, ya que contamos con 13 observaciones por cada variable explicativa (13 redes). Se

evaluará la posibilidad de utilizar pocas variables explicativas en el modelo resultante, condicionado a un muy buen ajuste y precisión.

5.3.1 Intensidad por nodo de la clase SP bajo el esquema *diff-WS*.

Para iniciar el estudio, se realiza un análisis de un modelo completo aditivo, que incluya todas las variables de respuesta. El modelo nos aporta un buen ajuste de R^2 , y un p-valor aceptablemente bueno, pero nos deja con únicamente 2 grados de libertad. Así se descarta esta posibilidad, y se intenta encontrar un modelo aditivo que ajuste bien a la variable de respuesta y con un máximo de dos variables explicativas.

A continuación, se realiza un análisis de todas las variables individuales, análisis descrito en [Fr96], utilizando una única variable independiente, se verificarán las que aporten información relevante para determinar la variable que tiene mayor peso.

Un modelo lineal simple con una única variable explicativa nos da la visión global de su significación estadística sobre la variable dependiente. Los modelos lineales y modelos lineales generalizados otorgan valores de AIC, p-valor, y R^2 que buscamos para nuestro estudio.

Tabla 5-5 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. I^{diffWS}_{SP} .

I^{diffWS}_{SP}	AIC (glm)	p-valor (lm)	R^2 (lm)
N	15.36	0.00033	0.6766
A	23.45	0.01236	0.3977
$\langle d \rangle$	25.95	0.03976	0.2699
$dMax$	27.23	0.07427	0.1940
$dMed$	29.36	0.22600	0.0510
h	4.03	< 0.00001	0.8647
D	8.44	0.00001	0.8101
R	12.62	0.00010	0.7382
SN	28.86	0.17170	0.0866
SA	29.61	0.26080	0.0326
Sd	25.42	0.03092	0.2990

En base a la Tabla 5-5 que muestra el AIC, p-valor y R^2 de modelos con una única variable explicativa y variable de respuesta I^{diffWS}_{SP} , se puede identificar que la variable que mejor ajusta a la variable dependiente es h , que llega al valor más alto de R^2 con 0.8647, es la variable que mayor peso individual tiene para explicar la

variable de respuesta de la intensidad por nodo I^{diffWS}_{SP} , con un p-valor menor al 0.00001, y el menor AIC observado de 4.03. Otro modelo con una variable explicativa de interés es D , con un AIC de 8.44, p-valor igual a 0.00001 y ajuste de R^2 de 0.8101.

Por otro lado se observan variables cuyo modelo simplista no ajusta bien a la variable explicativa, tal es el caso de SA , y $dMed$, por tener el mayor AIC, y muy bajos p-valor y coeficiente de R^2 .

A partir de este punto se continúa con modelos lineales más completos, tendremos en cuenta la variable h para los modelos que se generen.

El modelo de regresión lineal aditivo que incluye las variables h y $\langle d \rangle$, es el que se ajusta mejor a los datos, llegando a un AIC de -8.9269, y un ajuste de R^2 de 0.9529. El modelo que incluye las variables h y $dMax$ también da un buen ajuste.

Recordando que $\langle d \rangle$ es una variable explicativa formada por las variables independientes A y N , y que explica la media del número de arcos que inciden en los nodos de la red, nos podemos ir acercando a la idea de que la intensidad por nodo para lograr una probabilidad de bloqueo del 1% será definida, tanto por las características físicas de la red (N y/o A) como por el camino mínimo medio que deba recorrer una conexión desde un nodo origen hasta un nodo destino (h).

Una vez evaluados los modelos de regresión lineal aditivos, pasamos directamente a los modelos con interacciones para intentar obtener un mejor ajuste.

El modelo de dos variables explicativas con interacciones, que otorga un mejor ajuste, es el que incluye las interacciones de la variable h y $\langle d \rangle$ con un AIC de -11.65, un p-valor de $2.253e-07$ y un ajuste de R^2 de 0.9639, sin embargo, obtenemos un p-valor por encima del 0.05 aceptado normalmente, para la variable h , lo que nos dice que no es suficientemente significativa, y que la variable no aporta información nueva al modelo. Otro modelo que resulta con buen ajuste es el modelo que incluye la interacción de las variables h y $dMax$, pero se encuentra el mismo problema, el p-valor para la variable h no resulta del todo significativo para el modelo.

Las variables explicativas que no han sido mencionadas en los modelos con interacciones, se han ido probando en distintas combinaciones, de dos variables explicativas cada uno; al compararlos, se descarta el modelo que, con iguales dimensiones, tenga el AIC más alto. Por otro lado, se comparan dos modelos que tienen una variable en común, pero, uno de los dos, tiene una variable explicativa más que el otro, igualmente se descarta el modelo que tenga el AIC más alto, aquí es donde se decide si la variable explicativa o independiente, incluida únicamente en un modelo, es estadísticamente significativa para el modelo final o no.

Los modelos con interacciones encontrados otorgan buen ajuste, sin embargo, no es el suficiente para la validez de la función que explique a la variable de respuesta. Ya que no se observa verosimilitud en modelos con relaciones lineales, se opta por

modelos con interacciones no lineales, para esto podemos hacer uso de algún tipo de transformación en los datos y obtener el ajuste buscado.

Como se afirma en [Ch97], las transformaciones y propiedades logarítmicas tienden a dar buenos resultados facilitando la modelización de los datos, así también en [Fo97] se destaca que descendiendo la escala al nivel del logaritmo de las variables independientes, se suele encontrar mejores ajustes. Con este fin, y otorgar mayor validez al modelo, se realiza una transformación logarítmica. Calculamos el logaritmo en base 10 de todas las variables explicativas para todas las redes, y se continúa la modelización de las nuevas variables transformadas. La variable dependiente también sufre esta transformación con el fin de igualar escalas, y las variables explicativas se evalúan en base la metodología seguida anteriormente.

Tabla 5-6 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{SP})$.

$\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{SP})$	AIC (glm)	p-valor (lm)	R^2 (lm)
$\text{Log}(N)$	-13.80	0.00057	0.6453
$\text{Log}(A)$	-6.21	0.01711	0.3641
$\text{Log}(\langle d \rangle)$	-4.33	0.04138	0.2652
$\text{Log}(d \text{ Max})$	-2.01	0.13150	0.1212
$\text{Log}(d \text{ Med})$	-0.74	0.26430	0.0309
$\text{Log}(h)$	-27.52	< 0.00001	0.8765
$\text{Log}(D)$	-19.30	0.00005	0.7677
$\text{Log}(R)$	-18.79	0.00006	0.7584
$\text{Log}(SN)$	-0.93	0.23660	0.0451
$\text{Log}(SA)$	-0.35	0.33370	0.0018
$\text{Log}(Sd)$	-6.00	0.01892	0.3534

Analizando la Tabla 5-6 que muestra el AIC, p-valor y R^2 de modelos con una única variable explicativa transformada y variable de respuesta $\text{Log}(I^{\text{diffWS}}_{SP})$, comprobamos que siguen siendo las variables h , D y R las que explican mejor los datos, la variable $\text{Log}(h)$ tiene el AIC más bajo (-27.52), el menor p-valor del modelo simple (< 0.00001), y el mejor ajuste de coeficiente de regresión al cuadrado (con 0.8765). Por otro lado, se tienen las variables $\text{Log}(N)$ y $\text{Log}(A)$ que aunque no dan el mejor ajuste alcanzan a describir significativamente las características físicas de la red de las que se hablaba anteriormente.

Se intuye que un modelo que incluya una de las variables explicativas h , D o R y una de las variables explicativas N o A , tendrá un buen ajuste ya que cada grupo de variables da información diferente sobre la distribución y características de las redes estudiadas que tiene influencia en la variable de respuesta I^{diffWS}_{SP} .

A continuación comparamos el modelo $\text{Log}(I_{SP}^{diffWS}) \approx \text{Log}(h)$ (que otorga un AIC de -27.52) con modelos aditivos que contengan una variable explicativa más. El modelo $\text{Log}(I_{SP}^{diffWS}) \approx \text{Log}(h) + \text{Log}(R)$ otorga un AIC = -26.76, de la misma forma el modelo $\text{Log}(I_{SP}^{diffWS}) \approx \text{Log}(h) + \text{Log}(D)$ otorga un AIC = -27.48. No hay suficiente información para rechazar la hipótesis nula en los últimos dos casos, las variables $\text{Log}(R)$ y $\text{Log}(D)$ no aportan un valor añadido al modelo.

En contraste, los modelos aditivos (incluyendo la variable $\text{Log}(h)$), que aportan mayor información, haciendo contraste por AIC de la misma forma, son los que contienen las variables explicativas $\text{Log}(N)$ o $\text{Log}(A)$ con valores de -62.13 y -68.38 respectivamente. Rechazamos la hipótesis nula, las variables $\text{Log}(N)$ y/o $\text{Log}(A)$ en sus respectivos modelos, son estadísticamente significativas, nos quedamos con el modelo que aporta mayor información y mejor ajuste.

$$\text{Log}(I_{SP}^{diffWS}) \approx \text{Log}(h) + \text{Log}(A)$$

Para justificar la afirmación anterior se comprueba el p-valor del modelo seleccionado (lm) y el coeficiente de regresión al cuadrado en el entorno R sobre la Tabla 5-7:

Tabla 5-7 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I_{SP}^{diffWS})$

```
lm(formula = LOGdiffWSSP ~ LOGh + LOGA)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0224365 -0.0088860 -0.0007898  0.0108575  0.0186556
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.33328    0.03877   8.597 6.23e-06 ***
LOGh        -2.72325    0.07326 -37.171 4.73e-12 ***
LOGA         0.72481    0.04492  16.134 1.73e-08 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.01462 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9958,    Adjusted R-squared:  0.995
F-statistic: 1189 on 2 and 10 DF,  p-value: 1.290e-12
```

El modelo final que mejor explica a la variable de respuesta $\text{Log}(I_{SP}^{diffWS})$ es:

$$\text{Log}(I_{SP}^{diffWS}) \approx 0.334\text{Log}(10) + 0.724\text{Log}(A) - 2.72\text{Log}(h)$$

Indicadores del ajuste del modelo:

Coeficiente de regresión R^2 : 0.9950
 p-valor : 1.290e-12
 AIC : -68.38

Para desglosar y simplificar la expresión que explica los datos se aplican las siguientes propiedades de logaritmos también descritos en [Vi08]:

$$\begin{aligned} \log_a M^n &= n \log_a M \\ \log_a(M N) &= \log_a M + \log_a N \\ \log_a \left(\frac{M}{N} \right) &= \log_a M - \log_a N \end{aligned}$$

Y la relación $\log_a M = \log_a N \leftrightarrow M = N$.

Aplicadas en el modelo final encontrado:

$$\begin{aligned} \text{Log} (I_{SP}^{diffWS}) &\approx 0.334 \text{Log}(10) + 0.724 \text{Log}(A) - 2.72 \text{Log}(h) \\ \text{Log} (I_{SP}^{diffWS}) &\approx \text{Log}(10)^{0.334} + \text{Log}(A)^{0.724} - \text{Log}(h)^{2.72} \\ \text{Log} (I_{SP}^{diffWS}) &\approx \text{Log} \left(\frac{(10)^{0.334} * (A)^{0.724}}{(h)^{2.72}} \right) \end{aligned}$$

Modelo final de intensidad para el esquema de particionamiento *diff-WS* y la clase de conexión SP que otorga una probabilidad de bloqueo en la red de 1%:

$$I_{SP}^{diffWS} \approx \frac{10^{0.334} A^{0.724}}{h^{2.72}} \quad (5.6)$$

Una vez que se ha simplificado la función, se rectifican los indicadores del ajuste del modelo para observar las modificaciones sufridas debido al cambio de escala:

Coefficiente de regresión R^2 : 0.9932
 p-valor : 1.734e-13
 AIC : - 34.86

La Fig. 5-3 nos muestra la recta de regresión del modelo encontrado. El eje de ordenadas representa los datos de intensidad observados mediante simulación en cada red, observamos que la pendiente es de uno y los puntos ajustan muy bien sobre la recta de regresión.

Se puede decir que se ha encontrado un modelo que ajusta muy bien a la variable de respuesta I_{SP}^{diffWS} . Gracias a la transformación logarítmica realizada, fue posible encontrar los valores de los exponentes para las variables explicativas h y A , así como la constante de base 10 en escala real, que interactuando en el modelo, otorgan mayor significación estadística.

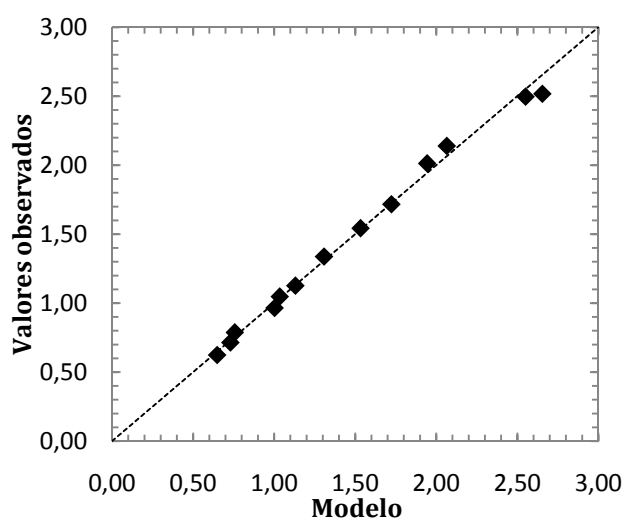


Fig. 5-3. Recta de regresión para el modelo I_{SP}^{diffWS} ($Pb=1\%$).

Con este resultado, el modelo tendrá que ofrecer un dato de intensidad para obtener una probabilidad de bloqueo del 1% en cada red, sin embargo, para dar mayor validez, y hasta cierto punto, seguridad sobre el resultado a obtener, se calcula un intervalo de confianza.

Tabla 5-8 Intervalos de $I_{diffWS,SP}$.

I_{SP}^{diffWS}	OBSERVADO	MODELO	
RED	$I_{diffWS,SP} * N$	INTERVALO INFERIOR	INTERVALO SUPERIOR
CARISMA911	15.458	14.461	16.572
CARISMA913	22.469	21.908	24.018
JAPAN1118	27.695	28.146	30.257
DT1423	29.946	27.868	29.979
DT1726	26.231	25.007	27.118
EONCORE1924	19.899	18.604	20.715
EONCORE1928	25.422	23.803	25.913
EONCORE1932	38.236	35.877	37.988
ARPANET2	16.548	14.843	16.954
NSFLT2835	17.500	17.125	19.236
NSFLT2839	20.014	19.421	21.531
EONBASIC2841	27.048	27.034	29.144
EONRING2844	31.545	30.639	32.750

El intervalo de confianza, como se muestra en la Tabla 5-8, se calcula en base a la intensidad por red y no a la intensidad por nodo como explica el modelo, con el fin de darle un peso a la dimensión general de la red mediante la variable N . Se calcula la diferencia, en valor absoluto, entre el valor observado de intensidad total en la red, y el dato de intensidad total de la red que arroja nuestro modelo. El promedio de este valor para todas las redes multiplicado por 1.645 (normal estándar), nos da el valor que, sumado o restado al valor de intensidad que arroja el modelo por red, es el intervalo inferior y superior que buscamos. Así, aseguramos que la probabilidad de bloqueo del 1% en la red, se cumplirá al 95% insertando intensidad entre ese intervalo.

5.3.2 Intensidad por nodo de la clase BE bajo el esquema *diff-WS*.

Sobre la búsqueda del modelo anterior, se ha llegado una forma eficaz de encontrar una ecuación que explique este tipo de datos. La transformación logarítmica es una buena herramienta para conseguir un modelo aditivo que, regresando a la escala real, nos ofrece un modelo con interacciones y muy buen ajuste en los exponentes de las variables explicativas.

Ya que se trata de un modelo similar en cuanto a la variable de respuesta o dependiente, intensidad por nodo de la red (I_{BE}^{diffWS}), e idénticas posibles variables explicativas, utilizaremos de inicio, la metodología seguida en la búsqueda del modelo anterior (transformación logarítmica).

Tabla 5-9 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I_{BE}^{diffWS})$

$\text{Log}(I_{BE}^{diffWS})$	AIC (glm)	p-valor (lm)	R^2 (lm)
$\text{Log}(N)$	-16.34	0.00022	0.6998
$\text{Log}(A)$	-7.83	0.00967	0.4220
$\text{Log}(\langle d \rangle)$	-3.88	0.06182	0.2168
$\text{Log}(d \text{ Max})$	-2.02	0.15930	0.0966
$\text{Log}(d \text{ Med})$	-0.75	0.32780	0.0040
$\text{Log}(h)$	-31.98	< 0.00001	0.9099
$\text{Log}(D)$	-21.79	0.00002	0.8025
$\text{Log}(R)$	-21.32	0.00002	0.7953
$\text{Log}(SN)$	-1.84	0.17500	0.0841
$\text{Log}(SA)$	-1.17	0.25470	0.0356
$\text{Log}(Sd)$	-5.86	0.02393	0.3278

Suponiendo que se tendría que escoger un modelo simple con una única variable explicativa, en base a los indicadores de ajuste que se muestran en la Tabla 5-9 elegiríamos el modelo con la variable $\text{Log}(h)$, porque tiene el menor AIC (-31.98), un p-valor muy por debajo del 0.05 y el mejor valor de coeficiente de regresión (0.9099). Los datos en general parecen muy similares a los obtenidos en la modelización de la variable anterior.

Se analiza ahora todas las combinaciones posibles de modelos aditivos con dos variables explicativas (transformadas a escala logarítmica). Los modelos que aportan mayor ajuste, siempre son los que incluyen la variable $\text{Log}(h)$ como se encontró en el modelo anterior. Las variables que aportan más información en modelos aditivos combinados con la variable $\text{Log}(h)$ son $\text{Log}(A)$ y $\text{Log}(<d>)$. Haciendo contrastes de AIC entre los modelos de iguales dimensiones, seleccionamos el mínimo.

Tabla 5-10 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I_{BE}^{diffWS})$

```
lm(formula = LOGdiffWSBE ~ LOGh + LOGA)
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.018971 -0.009256 -0.003352  0.012716  0.023319
Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.54754     0.04127   13.27 1.13e-07 ***
LOGh        -2.55672     0.07800  -32.78 1.65e-11 ***
LOGA         0.60329     0.04783   12.61 1.83e-07 ***
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.01556 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9951,    Adjusted R-squared:  0.9941
F-statistic: 1018 on 2 and 10 DF,  p-value: 2.786e-12
```

El modelo que mejor ajusta a la variable de respuesta $\text{Log}(I_{BE}^{diffWS})$, cuyo resumen en el entorno R se muestra en la Tabla 5-10, es:

$$\text{Log}(I_{BE}^{diffWS}) \approx 0.548\text{Log}(10) + 0.603\text{Log}(A) - 2.56\text{Log}(h)$$

Recordamos que pueden existir modelos de mayor número de variables que otorguen mejor ajuste, sin embargo, debido a la baja cantidad de datos de los que disponemos (redes) para modelizar y para no agotar los grados de libertad, se ha determinado el grado máximo de dos variables explicativas por modelo.

Indicadores del ajuste del modelo:

- Coeficiente de regresión R^2 : 0.9941
- p-valor: 2.786e-12
- AIC: -66.75

Para desglosar y simplificar la expresión que explica los datos, se aplican las propiedades logarítmicas utilizadas en el desglose del modelo anterior, de la siguiente manera:

$$\text{Log} (I_{BE}^{diffWS}) \approx 0.548\text{Log}(10) + 0.603\text{Log}(A) - 2.56\text{Log}(h)$$

$$\text{Log} (I_{BE}^{diffWS}) \approx \text{Log}(10)^{0.548} + \text{Log}(A)^{0.603} - \text{Log}(h)^{2.56}$$

$$\text{Log} (I_{BE}^{diffWS}) \approx \text{Log} \left(\frac{(10)^{0.548} * (A)^{0.603}}{(h)^{2.56}} \right)$$

Modelo final de intensidad para el esquema de particionamiento *diff-WS* y alternativa de protección BE que relaja la probabilidad de bloqueo en la red hasta el 5%:

$$I_{BE}^{diffWS} \approx \frac{10^{0.548} A^{0.603}}{h^{2.56}} \quad (5.7)$$

Rectificamos los indicadores de ajuste del modelo para evaluar las variaciones debido al cambio de escala:

Coefficiente de regresión R^2 : 0.9911

p-valor: 7.579e-13

AIC: -24.57

Resulta evidente el cambio en los indicadores por el cambio de la escala logarítmica, sin embargo el modelo es equivalente y sigue siendo el que ajusta mejor a los datos. Se comprueba el buen ajuste de la recta de regresión en el plano, como se muestra en la Fig. 5-4.

Una vez obtenidos el modelo puntual con un buen ajuste, se calcula el intervalo para dar un rango de seguridad y obtener el 5% de probabilidad de bloqueo.

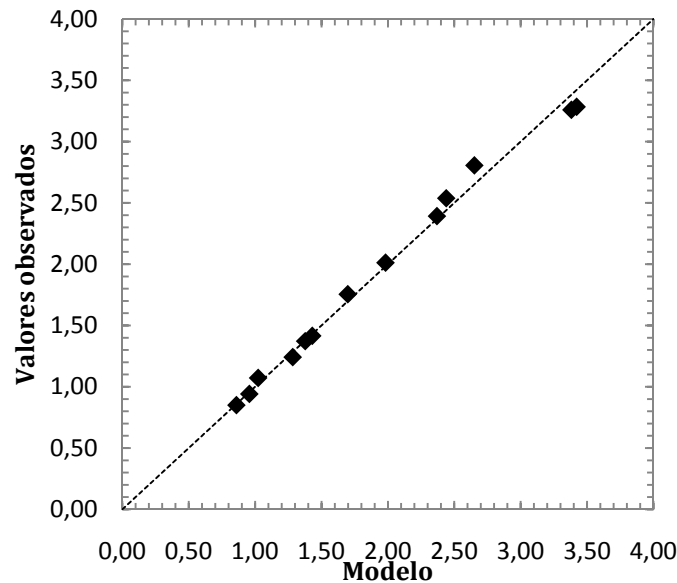


Fig. 5-4. Recta de regresión para el modelo I_{BE}^{diffWS} ($Pb=5\%$).

De igual forma que en el procedimiento anterior, se calcula el valor de la diferencia absoluta que existe entre el modelo encontrado de la intensidad (I_{BE}^{diffWS}) total por red, y los datos reales obtenidos mediante simulación de la red. El promedio de estos valores, multiplicado por 1.645 (normal estándar), se utiliza para calcular el intervalo inferior y superior, sumando o restando al valor del modelo de intensidad I_{BE}^{diffWS} de la red, que calculamos simplemente al multiplicar por el número de nodos, como se muestra en la Tabla 5-11. Con estos intervalos de intensidad, se conseguirá en toda la red bajo una probabilidad del 95% una Pb de 5%.

Tabla 5-11 Intervalos de I_{BE}^{diffWS} .

I_{BE}^{diffWS}	OBSERVADO	MODELO	
RED	$I_{BE}^{diffWS} * N$	INTERVALO INFERIOR	INTERVALO SUPERIOR
CARISMA911	21.323	19.819	22.828
CARISMA913	30.436	28.932	31.941
JAPAN1118	37.643	36.139	39.147
DT1423	37.117	35.613	38.622
DT1726	33.713	32.209	35.217
EONCORE1924	26.189	24.685	27.693
EONCORE1928	32.267	30.764	33.772
EONCORE1932	46.350	44.846	47.855
ARPANET2	21.503	19.999	23.007
NSFLT2835	24.061	22.557	25.565
NSFLT2839	26.799	25.295	28.303
EONBASIC2841	35.945	34.441	37.449
EONRING2844	40.049	38.545	41.553

5.3.3 Intensidad por nodo de la clase SP bajo el esquema sh - WS .

Regresando a la clase de conexión SP pero en el esquema de particionamiento sh - WS , procedemos a modelar una función que ajuste a la variable I_{SP}^{shWS} que de una de probabilidad de bloqueo del 1% en la red. Seguiremos la metodología utilizada anteriormente, y usaremos, desde el inicio, la transformación logarítmica en todas las variables explicativas, y en la variable de respuesta para igualar escalas, con el fin de obtener un mejor modelo con el mínimo número de variables explicativas. Se ha llegado a este procedimiento durante la modelización de la primera función y se ha comprobado su eficacia mediante la modelización del segundo modelo. La Tabla

5-12 muestra los indicadores AIC, p-valor y R^2 para estos modelos con una única variable explicativa y variable de respuesta $\text{Log}(I^{shWS}_{SP})$.

Tabla 5-12 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I^{shWS}_{SP})$.

$\text{LOG}(I^{shWS}_{SP})$	AIC (glm)	p-valor (lm)	R^2 (lm)
$\text{LOG}(N)$	-9.52	0.00183	0.5654
$\text{LOG}(A)$	-3.04	0.03500	0.2848
$\text{LOG}(<d>)$	-3.98	0.02247	0.3347
$\text{LOG}(dMax)$	-1.12	0.08954	0.1705
$\text{LOG}(dMed)$	0.47	0.20700	0.0623
$\text{LOG}(h)$	-20.90	0.00001	0.8189
$\text{LOG}(D)$	-14.25	0.00023	0.6980
$\text{LOG}(R)$	-14.55	0.00020	0.7049
$\text{LOG}(SN)$	1.30	0.33760	0.0004
$\text{LOG}(SA)$	1.76	0.45950	-0.0355
$\text{LOG}(Sd)$	-5.25	0.01253	0.3963

Se supone la necesidad encontrar un modelo con una única variable independiente, con el fin de comparar y evaluar la variable que, individualmente, aporta mayor información a la variable de respuesta $\text{Log}(I^{shWS}_{SP})$. Recordamos que las variables explicativas, son las mismas en todos los modelos realizados por tratarse de las mismas redes evaluadas con distintos esquemas de particionamiento y clases de conexión.

Tabla 5-13 Resumen en R del mejor modelo para $\text{Log}(I^{shWS}_{SP})$.

```
lm(formula = LOGshWSSP ~ LOGA + LOGh)
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.019887 -0.015469 -0.009841  0.013312  0.035521
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.22136    0.05444   4.066  0.00226 **
LOGA         0.93138    0.06309  14.764 4.07e-08 ***
LOGh        -3.07018    0.10288 -29.842 4.17e-11 ***
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.02053 on 10 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9927,    Adjusted R-squared:  0.9913
F-statistic: 681.8 on 2 and 10 DF,  p-value: 2.045e-11
```

Comparando los indicadores del modelo con los valores de modelos anteriores nos damos cuenta que los ajustes no son tan buenos. Sin embargo seguimos viendo la variable $\text{Log}(h)$ como la que mejor ajusta a la variable explicativa.

Se continúa evaluando los modelos aditivos, comparando modelos con un par de variables independientes como máximo, debido a que el conjunto de datos es muy pequeño. Los modelos que mejor ajustan a la variable de respuesta $\text{Log}(I_{SP}^{shWS})$ son $\text{Log}(I_{SP}^{shWS}) \approx \text{Log}(h) + \text{Log}(A)$ y el modelo $\text{Log}(I_{SP}^{shWS}) \approx \text{Log}(h) + \text{Log}(d)$. El resumen en R, del modelo con dos variables explicativas que mejor ajusta, se muestra en la Tabla 5-13.

Los indicadores del ajuste encontrado en el modelo $\text{Log}(I_{SP}^{shWS})$.

Coefficiente de regresión R^2 : 0.9913

p-valor : 2.045e-11

AIC : -59.55

Tabla 5-14 Contraste en R de modelos con var. de res. $\text{Log}(I_{SP}^{shWS})$.

```

glm(formula = LOGshWSSP ~ LOGA + LOGh)
Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.019887 -0.015469 -0.009841  0.013312  0.035521
    Null deviance: 0.578821  on 12  degrees of freedom
Residual deviance: 0.004214  on 10  degrees of freedom
AIC: -59.554
Number of Fisher Scoring iterations: 2
glm(formula = LOGshWSSP ~ LOGA + LOGh + LOGSA)
Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.018602 -0.010993  0.001668  0.011087  0.017217
    Null deviance: 0.5788213  on 12  degrees of freedom
Residual deviance: 0.0019358  on  9  degrees of freedom
AIC: -67.666
Number of Fisher Scoring iterations: 2

```

Hemos encontrado un modelo satisfactorio, sin embargo sabemos que se podría esperar mayor ajuste añadiendo variables explicativas que aporten mayor información al modelo. Contrastamos el modelo encontrado, con modelos que contienen una variable explicativa más. Un menor AIC nos hace rechazar la hipótesis nula, y aceptar la nueva variable en el modelo que es estadísticamente significativa. La Tabla 5-14 muestra el resumen en el entorno R del contraste entre los modelos (glm) con dos y tres variables explicativas. El modelo aditivo

encontrado (en la transformación logarítmica) con tres variables explicativas que ajusta mejor a los datos es:

$$\text{Log} (I_{SP}^{shWS}) \approx \text{Log}(A) + \text{Log}(h) + \text{Log}(SA).$$

La siguiente función presenta el mejor ajuste encontrado para la variable de respuesta I_{SP}^{shWS} .

$$\begin{aligned} \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx -0.0763\text{Log}(10) + 1.58\text{Log}(A) - 3.6\text{Log}(h) - 0.307\text{Log}(SA) \\ \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx -\text{Log}(10)^{0.0763} + \text{Log}(A)^{1.58} - \text{Log}(h)^{3.6} - \text{Log}(SA)^{0.307} \\ \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx \text{Log} \left(\frac{(A)^{1.58}}{(10)^{0.0763} (h)^{3.6} (SA)^{0.307}} \right) \\ I_{SP}^{shWS} &\approx \frac{A^{1.58}}{10^{0.0763} h^{3.6} SA^{0.307}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

La variable SA es significativa, pero otorga el mayor p-valor. En el contraste por devianza, se nota la disminución en grados de libertad, y por ser tan pocos datos observados, y como explicamos al inicio de la modelización, optaremos por un modelo más sencillo, que tenga dos variables explicativas como máximo. Así mismo, se podrá hacer uso del modelo encontrado (con un par de variables independientes), para hacer un contraste o comparación de los valores de coeficientes, en los modelos encontrados anteriormente, gracias a que contienen las mismas variables explicativas.

Una vez decidido el modelo final, y utilizando las propiedades logarítmicas que se mencionan anteriormente, lo simplificamos saliendo de la escala logarítmica que nos ha ayudado a encontrarlo.

$$\begin{aligned} \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx 0.222\text{Log}(10) + 0.931\text{Log}(A) - 3.07\text{Log}(h) \\ \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx \text{Log}(10)^{0.222} + \text{Log}(A)^{0.931} - \text{Log}(h)^{3.07} \\ \text{Log} (I_{SP}^{shWS}) &\approx \text{Log} \left(\frac{(10)^{0.222} * (A)^{0.931}}{(h)^{3.07}} \right) \end{aligned}$$

Modelo final de intensidad para el esquema de particionamiento sh - WS y la clase de conexión SP que otorga una probabilidad de bloqueo en la red de 1%:

$$I_{SP}^{shWS} \approx \frac{10^{0.222} A^{0.931}}{h^{3.07}} \quad (5.9)$$

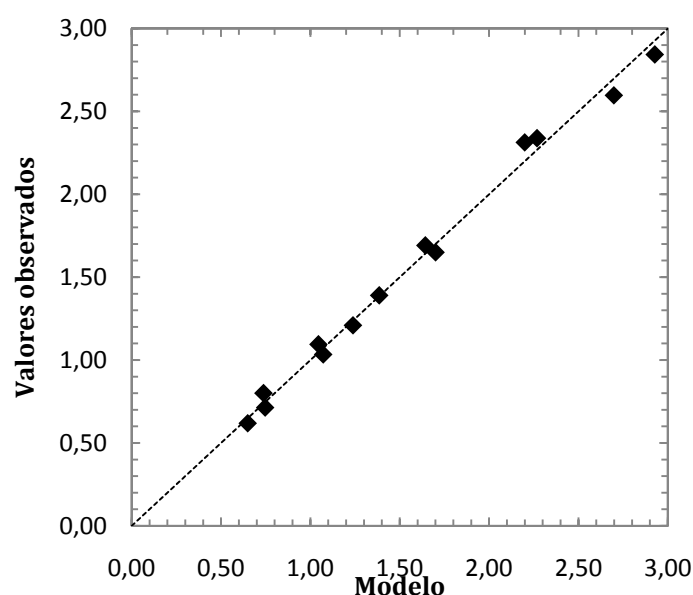


Fig. 5-5. Recta de regresión para el modelo I_{SP}^{shWS} ($Pb=1\%$).

Comprobamos los indicadores del ajuste encontrado en el modelo final I_{SP}^{shWS} , para observar el cambio por la modificación de escala.

Coefficiente de regresión R^2 : 0.9921

p-valor: 4.09e-13

AIC: -29.64

Se observa buen resultado en los indicadores de ajuste del modelo final en escala real, y de los puntos a la recta de regresión sobre la Fig. 5-5 con lo que se termina de validar el modelo.

Igualmente como se hace con los modelos anteriores, buscamos un intervalo de valores máximo y mínimo para encontrar el punto esperado de intensidad con una probabilidad de efectividad del 95% que de una $Pb=1\%$, como se muestra en la Tabla 5-15. Para esto, calculamos la diferencia a nivel red, entre el modelo encontrado y los datos observados, el promedio de estas diferencias multiplicado por 1.645 (normal estándar) nos da el valor a sumar o restar del modelo encontrado de intensidad total de la red, para obtener el intervalo mínimo y máximo que otorgará la seguridad esperada.

Como mencionamos anteriormente, el modelo seleccionado, que contiene las mismas variables explicativas, nos ayudará a hacer el análisis de intensidad para los dos esquemas de particionamiento de longitud de onda (*diff-WS* y *sh-WS*). Basándonos en los valores de los exponentes, comprobaremos la relación de crecimiento y significancia de variables por intensidades en los dos esquemas.

Tabla 5-15 Intervalos de I^{shWS}_{SP} .

I^{shWS}_{SP}	OBSERVADO	MODELO	
RED	$I^{shWS}_{SP} * N$	INTERVALO INFERIOR	INTERVALO SUPERIOR
CARISMA911	15.303	13.757	16.849
CARISMA913	24.277	22.731	25.823
JAPAN1118	32.202	30.656	33.748
DT1423	31.756	30.210	33.302
DT1726	27.925	26.379	29.471
EONCORE1924	19.843	18.297	21.389
EONCORE1928	26.317	24.771	27.863
EONCORE1932	41.775	40.229	43.321
ARPANET2	15.487	13.940	17.033
NSFLT2835	18.155	16.609	19.701
NSFLT2839	20.888	19.342	22.434
EONBASIC2841	30.014	28.468	31.560
EONRING2844	34.675	33.128	36.221

5.3.4 Intensidad por nodo de la clase BE bajo el esquema *sh-WS*.

La clase de conexión BE en el esquema *shWS* no siempre se puede llevar a cabo como se ha explicado en el capítulo introductorio, ya que los recursos existentes en la red están siendo priorizados por las conexiones protegidas de SP. Primeramente se tiene que asegurar una intensidad, con probabilidad de bloqueo del 1%, para la alternativa SP, y a partir de ahí, los recursos de protección de esta alternativa serán destinados a la clase de conexión BE.

Se observa que, en este esquema de particionamiento, a medida que las dimensiones de la red aumentan, existe cada vez menos oportunidad de asegurar una intensidad de la clase BE, con probabilidad de bloqueo del 5%, asegurando antes la intensidad SP, con una probabilidad de bloqueo del 1%. Es por eso que la variable de respuesta para este modelo, observado por simulación, en muchas redes es igual a cero. Evidentemente, en estas redes, se podrá insertar, para el esquema *sh-WS*, conexiones de la clase BE, pero sin asegurar esta $P_b = 5\%$.

Esta observación surge de la experimentación en base a simulaciones, donde se inserta la máxima cantidad de intensidad de la clase SP, que cumpla $P_{b_{SP}} = 1\%$, y, se evalúa, si al momento de insertar una demanda de conexión de la clase BE, ésta, llega a su nodo destino. El experimento se repite bajo las mismas circunstancias, y

el resultado, nos da la probabilidad con la que la conexión, en la clase BE, se ha concretado $P(R_{BE}, G_{SP})$, dada una intensidad y un subgrafo dependiente del tráfico en la clase SP. Así tenemos que, $Pb_{BE} \geq 1 - P(R_{BE}, G_{SP})$ es la probabilidad de que la demanda de conexión en la clase BE no se concrete. La Tabla 5-16 muestra como un valor superior al 5% para la probabilidad $1 - P(R_{BE}, G_{SP})$, significa que esa red no puede albergar tráfico de la clase BE con la calidad deseada ($Pb=5\%$). Así, solo 4 de las 13 redes permiten un tráfico significativo con una probabilidad de bloqueo inferior o igual al 5%.

Tabla 5-16 $1 - P(R_{BE}, G_{SP})$ e intensidad (I^{shWS}_{BE}).

Id	Nombre	$1 - P(R_{BE}, G_{SP})$	I^{shWS}_{BE}
1	CARISMA911	3.26	0.35
2	CARISMA913	1.52	0.70
3	JAPAN1118	3.56	0.32
4	DT1423	4.13	0.15
5	DT1726	8.96	0
6	EONCORE1924	10.35	0
7	EONCORE1928	12.38	0
8	EONCORE1932	5.89	0
9	ARPANET2	13.15	0
10	NSFLT2835	30.69	0
11	NSFLT2839	30.80	0
12	EONBASIC2841	20.68	0
13	EONRING2844	18.00	0

Así se ha llegado a la conclusión de que sólo cuatro redes del estudio para el modelo I^{shWS}_{BE} , cumplen la condición de ofrecer una probabilidad de bloqueo del 5% y se supone una intensidad de 0 en aquellas redes que rebasan esa probabilidad.

Con el fin de modelar una función que explique I^{shWS}_{BE} , y teniendo en cuenta que el número de observaciones ha disminuido considerablemente, se pretende encontrar un modelo con una única variable explicativa. Evaluamos las dos variables que han resultado ser las más significativas en los modelos anteriores.

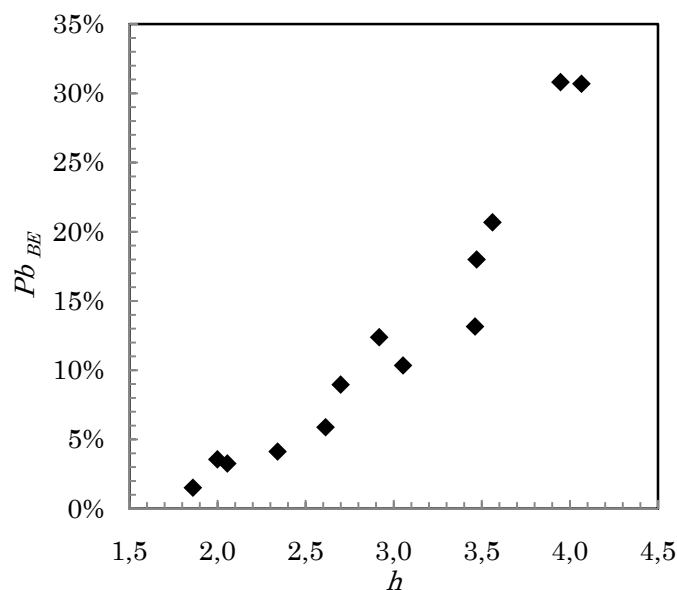


Fig. 5-6. Pb_{BE} VS variable explicativa h .

A simple vista la variable h nos aporta mucha información, observamos la Fig. 5-6 y, por la relación lineal, sabemos que cuando la variable independiente h es mayor o igual a 2.5 se espera una Pb_{BE} mayor o igual a 5% por lo tanto $I_{BE}^{shWS} = 0$.

Evaluamos únicamente las variables independientes $\text{Log}(h)$ y $\text{Log}(A)$ bajo la transformación logarítmica sobre la variable de respuesta y evidentemente rechazamos la variable $\text{Log}(A)$ por no ser estadísticamente significativa en el modelo. La Tabla 5-17 muestra AIC, p-valor y R^2 de modelos con una única variable explicativa y variable de respuesta $\text{Log}(I_{BE}^{shWS})$.

Tabla 5-17 Indicadores de modelos con una var. exp. y var. de resp. $\text{Log}(I_{BE}^{shWS})$.

$\text{LOG}(I_{BE}^{shWS})$	AIC (glm)	p-valor (lm)	R^2 (lm)
$\text{LOG}(h)$	-6.02	0.02611	0.9227
$\text{LOG}(A)$	2.51	0.24930	0.3453

El modelo que mejor ajusta a la variable de respuesta $\text{Log}(I_{BE}^{shWS})$ y cuyo resumen en el entorno R se muestra en la Tabla 5-18 es:

$$\text{Log}(I_{BE}^{shWS}) \approx 1.52\text{Log}(10) - 6.4\text{Log}(h)$$

Tabla 5-18 Resumen en R del modelo para $\text{Log}(I_{BE}^{shWS})$.

```
lm(formula = LOGshWSBE ~ LOGh)
Residuals:
    1      2      3      4
0.02474 0.04850 -0.09109 0.01785
Coefficients:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.5234      0.3328   4.578  0.0446 *
LOGh        -6.4027      1.0553  -6.067  0.0261 *
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.0761 on 2 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9485,    Adjusted R-squared:  0.9227
F-statistic: 36.81 on 1 and 2 DF,  p-value: 0.02611
```

Una vez encontrado el modelo final, y utilizando las propiedades logarítmicas que se mencionan anteriormente, simplificamos la función saliendo de la escala logarítmica que nos ha ayudado a encontrarlo.

$$\text{Log}(I_{BE}^{shWS}) \approx 1.52\text{Log}(10) - 6.4\text{Log}(h)$$

$$\text{Log}(I_{BE}^{shWS}) \approx \text{Log}(10)^{1.52} - \text{Log}(h)^{6.4}$$

$$\text{Log}(I_{BE}^{shWS}) \approx \text{Log}\left(\frac{(10)^{1.52}}{(h)^{6.4}}\right)$$

Modelo final de intensidad para el esquema de particionamiento *sh-WS* y clase de conexión BE que otorga una probabilidad de bloqueo en la red de 5%:

$$I_{BE}^{shWS} \approx \frac{10^{1.52}}{h^{6.4}} \tag{5.10}$$

Comprobamos los indicadores del ajuste encontrado en el modelo final I_{BE}^{shWS} , para observar el cambio por la modificación de escala.

Coefficiente de regresión R^2 : 0.9114
 p-valor: 0.02998
 AIC: -6.84

Comprobamos que el modelo no es tan bueno como los anteriores, si embargo tomando en cuenta el número tan pobre de observaciones, y la reducción del número de variables explicativas que se tuvo que realizar, los damos por bueno. La Fig. 5-7 muestra la recta de regresión para el modelo resultante.

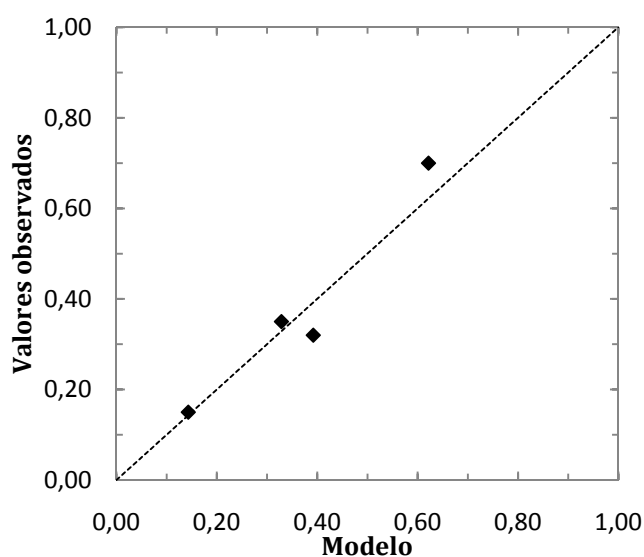


Fig. 5-7. Recta de regresión para el modelo I_{BE}^{shWS} ($Pb=5\%$).

Recordamos que antes de hacer uso del modelo encontrado para I_{BE}^{shWS} , se tendrá que comprobar que la red será capaz de aceptar esta clase de conexión con una probabilidad de bloqueo del 5%, cuando se cumpla la condición a la que llegamos anteriormente:

$$\text{Si } h \leq 2.5 \text{ entonces podrá ser } I_{BE}^{shWS} \geq 0.$$

De la misma forma que se hace con los modelos anteriores, buscamos un intervalo de confianza para el punto esperado de intensidad con una probabilidad de efectividad del 95% de obtener una $Pb=5\%$, como se muestra en la Tabla 5-19. Para esto, calculamos la diferencia a nivel red, entre el modelo encontrado y los datos observados, el promedio de estas diferencias multiplicado por 1.645 (normal estándar) nos da el valor a sumar y restar del modelo encontrado de intensidad total de la red.

Tabla 5-19 Intervalos de I_{BE}^{shWS} .

I_{BE}^{shWS}	OBSERVADO	MODELO	
RED	$I_{BE}^{shWS} * N$	INTERVALO INFERIOR	INTERVALO SUPERIOR
CARISMA911	3.150	2.221	3.694
CARISMA913	6.300	4.859	6.332
JAPAN1118	3.520	3.577	5.050
DT1423	2.100	1.268	2.741

5.3.5 Proporción de tiempo de la clase BE bajo el esquema *shWS*.

El valor de la proporción de tiempo en el que las conexiones de la clase BE son establecidas bajo el esquema de particionamiento *sh-WS*, como se ha comprobado en la Tabla 5-4, y por el número tan pobre de observaciones que se tienen, lo simplificamos en el valor medio observado para las cuatro redes donde se tiene información, y lo cerramos en 0.60.

5.4 Resultados

Se simplifica los modelos de intensidad encontrados mediante la ecuación 5.11, donde *t* es el tipo o clase de conexión y *s* es el esquema de particionamiento. Los parámetros encontrados se pueden ver en la Tabla 5-20.

$$I_t^s = \frac{10^\alpha A^\beta}{h^\gamma} \pm \varepsilon \tag{5.11}$$

Tabla 5-20 Parámetros para el modelo de intensidad.

Esquema (<i>s</i>)	Clase (<i>t</i>)	α	β	γ	ε (%)
<i>sh-WS</i>	SP	0.222	0.931	3.07	5.62
	BE	1.522	0	6.40	9.94
<i>diff-WS</i>	SP	0.334	0.724	2.72	5.44
	BE	0.548	0.603	2.56	5.48

El porcentaje de error se ha determinado a raíz de la modelización y de los indicadores encontrados para cada variable explicativa.

Una vez encontrados los modelos de intensidad por nodo en la red, para obtener una probabilidad de bloqueo determinada, nos enfocaremos en evaluarlos con el fin darles validez. En este caso, utilizaremos las redes de prueba, definidas en el diseño de experimentos.

Tabla 5-21 Valores de *I* predichos para redes de prueba.

Intensidad	$I_{shWS_{SP}}$	$I_{diffWS_{SP}}$	$I_{shWS_{BE}}$	$I_{diffWS_{BE}}$
RNPNET 1012	1.33	1.37	0.17	1.90
EONCORE1623	1.56	1.49	0.00	1.95
NSFLT2837	0.65	0.65	0.00	0.86

Primeramente se calcula la intensidad en base a los modelos encontrados en el apartado anterior, distinguiendo las clases de conexión y el esquema de particionamiento, como se muestra en la Tabla 5-21. En el caso de la intensidad para el esquema *sh-WS* y la clase BE, calculamos, antes que la intensidad, el valor de la variable explicativa *h* y comprobamos que es mayor a 2.5 para las redes *EONCORE1623* y *NSFLT2837*, por lo que de antemano sabemos, que no se podrá insertar tráfico, en estas redes, que cumpla la probabilidad de bloqueo del 5% y valdrá cero.

La probabilidad de bloqueo se comprueba simulando de la misma forma que hicimos para obtener el valor inicial de intensidades para la modelización, recordamos que los valores que se pretenden obtener para la clase de conexión SP son del 1% y 5% para el caso BE. Estos valores se muestran en la Tabla 5-22.

Tabla 5-22 Pb en las redes simuladas con valores de I predichos.

RED / Pb(%)	<i>shWS-SP</i>	<i>diffWS-SP</i>	<i>shWS-BE</i>	<i>diffWS-BE</i>
RNPNET 1012	0.86	0.77	4.99	5.14
EONCORE1623	0.62	0.68	NA	4.47
NSFLT2837	1.37	1.11	NA	5.52

La Tabla 5-23 muestra los intervalos de confianza calculados para cada uno de los valores de intensidad predichos por el modelo, así como la probabilidad de bloqueo que arrojan los puntos al ser simulados.

Se comprueba el valor de la probabilidad de bloqueo por debajo y por encima del 1% para el caso SP. En la red *EONCORE 1623* se observa que, para el intervalo superior, no llega al 1%, sin embargo se encuentra muy cerca. En el caso de la clase BE se observan muy buenos resultados, los intervalos inferior y superior otorgan porcentajes de probabilidad de bloqueo por debajo y por encima del 5% respectivamente.

Para terminar de validar el modelo se muestra un ejemplo del crecimiento de *Pb* en base a una intensidad dada. La Fig. 5-8 nos muestra la *Pb* (en el eje de ordenadas) en base a la intensidad (eje de abscisas) en el esquema de particionamiento *shWS* y para la clase SP inyectada a la red. Los modelos presentados se centran en estimar la intensidad de tráfico en el rango marcado por el área sombreada. La curva de crecimiento de la probabilidad de bloqueo ilustra la dificultad de obtener modelos precisos entorno a las condiciones requeridas, hecho que valida en mayor medida la calidad de los modelos encontrados.

Tabla 5-23 Intervalos de confianza para redes de prueba.

	INTERVALO INFERIOR		INTERVALO SUPERIOR	
RED	I^{shWS}_{SP}	$Pb \%$	I^{shWS}_{SP}	$Pb \%$
RNPNET 1012	1.21	0.51	1.45	1.39
EONCORE1623	1.48	0.36	1.64	0.84
NSFLT2837	0.61	0.78	0.70	1.94
RED	I^{diffWS}_{SP}	$Pb \%$	I^{diffWS}_{SP}	$Pb \%$
RNPNET 1012	1.27	0.42	1.48	1.21
EONCORE1623	1.42	0.50	1.55	0.97
NSFLT2837	0.61	0.64	0.69	1.75
RED	I^{shWS}_{BE}	$Pb \%$	I^{shWS}_{BE}	$Pb \%$
RNPNET 1012	0.07	4.15	0.27	5.96
EONCORE1623	0	NA	0	NA
NSFLT2837	0	NA	0	NA
RED	I^{diffWS}_{BE}	$Pb \%$	I^{diffWS}_{BE}	$Pb \%$
RNPNET 1012	1.75	3.52	2.05	7.09
EONCORE1623	1.85	3.27	2.04	5.19
NSFLT2837	0.81	4.21	0.91	6.83

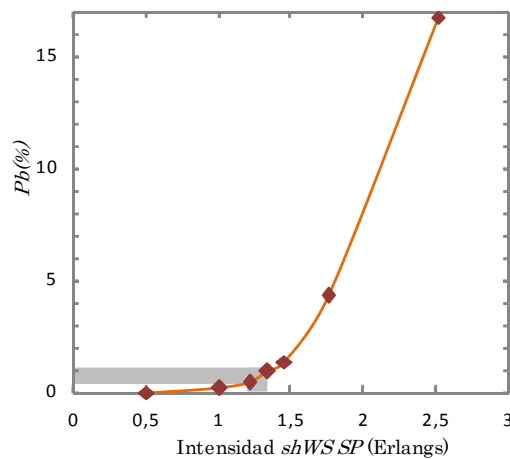


Fig. 5-8. I^{shWS}_{SP} (Erlangs) vs $Pb(\%)$.

5.5 Conclusiones

Se han obtenido muy buenos ajustes en la modelización de los modelos basados en las redes experimentales. Al contrastar los resultados en las redes de test, vemos que aunque la exactitud y precisión de la estimación de los modelos depende claramente de la topología, observamos que dentro de cada red, el comportamiento es similar para el mismo esquema de particionamiento. Este hecho permite que, cuando los modelos nos puedan llevar a una sub o sobre estimación de la intensidad de tráfico permitida, la comparación entre *diff-WS* y *sh-WS* sea válida, ya que el pequeño error de los modelos se produce en la misma dirección en ambos casos.

Una vez validados los modelos de la intensidad, damos solución a un problema de modelización planteado anteriormente. En los siguientes capítulos aplicaremos los modelos obtenidos estadísticamente de la intensidad al modelo de decisión basado en el diseño de redes.

Capítulo 6.

Método iterativo

En el capítulo 4 se definió de forma general el problema OVALO como un problema de diseño de la red óptica y selección del esquema de particionamiento de longitudes de onda para la maximización del VAN. En aquel capítulo se obtuvieron dos conclusiones: la primera que era necesario obtener un modelo para obtener la intensidad de tráfico, modelo que fue obtenido de forma estadística en el capítulo 5; la segunda que el VAN es una función no lineal y se propusieron dos submodelos alternativos, el $OVALO^{MinCAPEX}$ y el $OVALO^{MaxREVENUES}$.

En este capítulo definiremos los modelos para los subproblemas $OVALO^{MinCAPEX}$ y el $OVALO^{MaxREVENUES}$ y presentaremos un método iterativo que, a cada iteración, resuelve estos dos subproblemas para un mismo número de arcos, seleccionando el mejor y guardando el diseño de la red que corresponda. Un problema adicional del algoritmo es la selección del punto inicial desde el que se comienza a iterar, de forma que no sea necesario resolver los subproblemas para un rango completo de arcos de la red.

6.1 Modelos para los subproblemas OVALO

En este apartado se describen los modelos implementados para los subproblemas $OVALO^{MinCAPEX}$ y el $OVALO^{MaxREVENUES}$. Como se ha descrito anteriormente la diferencia entre ellos es la función objetivo, sin embargo, comparten las mismas restricciones y por lo tanto, utilizaremos una notación común para los conjuntos, los parámetros y las variables.

6.1.1 Conjuntos y Parámetros

- N Conjunto de nodos de la red.
- L Conjunto de arcos unidireccionales de la red saturada.
- L' Conjunto de arcos bidireccionales de la red saturada.
- K Conjunto de demandas existentes entre cualquier pareja de nodos.
- P Conjunto de parejas de arcos excluyentes.
- M Número entero muy grande.
- A Número de arcos en la red por construir.
- T_{ij} Matriz de incidencia entre nodos (i) – arcos (j) para arcos unidireccionales. Nodo origen (1) y nodo destino (-1).
- T'_{ij} Matriz de incidencia nodos (i) - arcos bidireccionales (j).
- OD_{ki} Matriz de demandas entre nodo origen (1) y nodo destino (-1) para cualquier posible demanda k .
- E_{pj} Matriz de parejas (p) de arcos excluyentes entre sí. Cada arco de la pareja valdrá 1 si son excluyentes uno con otro.
- $dmin$ Grado nodal mínimo en la red.
- $dmax$ Grado nodal máximo en la red.
- Ign_d Vector auxiliar identificador del valor del grado nodal d .
- $hmax_t$ Máxima distancia media en hops para cada tipo de tráfico t . Haciendo uso de la ecuación para el cálculo de la intensidad encontrada anteriormente, se calcula un h máximo a partir de una I_{min} .

$$h_{max_t} = \left(\frac{10^\alpha A^\beta}{I_{min_t}} \right)^{1/\gamma} \quad (6.1)$$

donde I_{min_t} es la intensidad mínima por el tipo de clase y los parámetros α , β , y γ que hemos encontrado sobre el modelo de intensidad.

6.1.2 Variables

- Y_j Variable binaria que vale 1 cuando el arco j se encuentra en la solución de la red final.
- X_{kj} Variable que vale 1 cuando la demanda k pasa por el arco j unidireccional.

- Z_{kj} Variable complementaria que vale 1 cuando la demanda k pasa por el arco unidireccional j .
- $Grado_i$ Valor numérico del grado nodal del nodo i .
- ND_{id} Variable auxiliar que vale 1 cuando el grado nodal del nodo i tiene un valor d y 0 cuando no. Utilizamos esta variable para permitir hacer comparaciones con costes por grado nodal no lineales.

6.1.3 Restricciones

Las restricciones que se detallan a continuación son las que se han descrito de forma general en el capítulo 4.

- Parejas de arcos excluyentes, la solución final solo podrá contener uno de los dos arcos excluyentes.

$$\sum_{\forall j \in L} Y_j E_{pj} \leq 1 \quad \forall p \in P \quad (6.2)$$

- Asegurar el servicio de toda la demanda. Cada demanda k entre cualquier par de nodos deberá poder ser servida pasando por un conjunto de arcos j .

$$\sum_{\forall j \in L} T_{ij} X_{kj} = OD_{ki} \quad \forall k \in K \quad \forall i \in N \quad (6.3)$$

- Se crea la variable alternativa Z que complementa a la variable X en los caminos que satisfacen demandas unidireccionales. Se crea la misma restricción para servir la demanda.

$$\sum_{\forall j \in L} T_{ij} Z_{kj} = OD_{ki} \quad \forall k \in K \quad \forall i \in N \quad (6.4)$$

- Asegurar dos caminos dirigidos disjuntos para cada pareja de nodos, tomando en cuenta que existen dos arcos unidireccionales que van en sentidos opuestos entre una pareja de nodos.

$$X_{kj} T_{ij} + Z_{kj} T_{ij} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad \forall i \in N \quad \forall j \in L \quad (6.5)$$

- Creación de la red. La relación entre las variables X (o Z) e Y en estas restricciones asegura que los dos caminos disjuntos de cada demanda utilicen arcos que formen parte de la red final.

$$\sum_{\forall k \in K} X_{kj} \leq MY_j \quad \forall j \in L \quad (6.6)$$

$$\sum_{\forall k \in K} Z_{kj} \leq MY_j \quad \forall j \in L \quad (6.7)$$

- Asegurar que cuando existe un arco unidireccional entre un par de nodos, también existirá en la solución final el arco contrario.

$$Y_j = Y_{j+L}, \quad \forall j \in L' \quad (6.8)$$

- Asegurar que la red final contiene un número de arcos igual a A .

$$\sum_{j \in L'} Y_j = A \quad (6.9)$$

- Cómputo del grado nodal.

$$\sum_{\forall j \in L'} Y_j T'_{ij} = Grado_i, \quad \forall i \in N \quad (6.10)$$

- Existe un valor del grado nodal d para cada nodo i .

$$\sum_{\forall d \in D} ND_{id} = 1, \quad \forall i \in N \quad (6.11)$$

- Construimos la variable binaria ND_{id} a partir del valor del $Grado_i$ por nodo.

$$\sum_{\forall d \in D} Ign_d ND_{id} = Grado_i, \quad \forall i \in N \quad (6.12)$$

- Restricción en cuanto al grado nodal mínimo y máximo.

$$dmin \leq Grado_i \leq dmax, \quad \forall i \in N \quad (6.13)$$

- Restricción de h máxima.

$$h \leq hmax_i, \quad \forall t \in T \quad (6.14)$$

6.1.4 Funciones Objetivo

La función objetivo del subproblema $OVALO^{MinCAPEX}$ consiste en minimizar el coste inicial y fijo de instalación de la red que hemos definido anteriormente como CAPEX. Por lo tanto,

$$(OVALO^{MinCAPEX}) \text{ Min } CAPEX \quad (6.15)$$

En el caso del subproblema $OVALO^{MaxREVENUES}$ lo enfocamos a maximizar los ingresos totales. Como se ha definido anteriormente, los ingresos están directamente ligados a la intensidad que pueda transportar la red, y en base a la ecuación obtenida de I , enfocamos la función objetivo de este subproblema, a minimizar el número medio de hops (h). Por lo tanto, su función objetivo es:

$$(OVALO^{MaxREVENUES}) \text{ Min } h \quad (6.16)$$

El número medio de hops se calcula como la suma para cada demanda y para cada arco de todos los arcos utilizados por cada demanda o camino, respecto del número total (K):

$$h = \sum_{\forall k \in K} \sum_{\forall j \in L} \frac{X_{kj}}{|K|} \quad (6.17)$$

Obviamente, aunque fijemos el número de arcos, la solución de ambos subproblemas será diferente en cuanto a qué arcos tomará para cada solución de diseño. En el caso del subproblema $OVALO^{MinCAPEX}$, se escogerán aquellos arcos con el coste mínimo, mientras que en el de $OVALO^{MaxREVENUES}$ se escogerán aquellos que minimicen h y por tanto maximicen los ingresos, aunque ello implique un mayor CAPEX de la red.

6.2 Cálculo del punto inicial

Con el fin de calcular el número de arcos del punto de partida inicial, de forma que se acerque lo más posible al número de arcos que maximice la función objetivo, se hace un cálculo de los costes e ingresos con las medias y los valores esperados.

La longitud media de los arcos se calcula de la siguiente forma:

$$\overline{len} = \frac{\sum_{\forall j \in A} len_j}{A} \quad (6.18)$$

donde A es el número de arcos evaluado en cada iteración, y len_j es la longitud del arco j .

El grado nodal medio se calcula como se ha definido anteriormente:

$$\overline{d} = \frac{2A}{N} \quad (6.19)$$

Para calcular el número de hops medio podemos hacer uso de la ecuación obtenida de forma semi-empírica en [Ko04], que reproducimos a continuación,

$$\overline{h} = \sqrt{\frac{N-2}{\overline{d}-1}} \quad (6.20)$$

6.2.1 Valor inicial estimado de ingresos

Los ingresos estimados totales los hemos de calcular iniciando con el cálculo de la intensidad media por clase que la red puede soportar, con la ecuación 5.11, y haciendo uso de ecuación 6.20. La intensidad media ha de ser escalada al número de nodos totales en la red.

De aquí podemos estimar los ingresos anuales aproximados, utilizando la ecuación 3.2 con la intensidad media obtenida.

6.2.2 Valor inicial estimado de CAPEX

Puesto que haremos uso del modelo estadístico presentado en el capítulo 5 para estimar la intensidad de tráfico de cada clase de conexiones, es necesario modificar algunas de las ecuaciones presentadas en capítulos anteriores.

Se calcula la máxima intensidad añadiéndole el porcentaje de error encontrado en el capítulo 5.

$$maxPaths_{Aprox} = \left[2 \sum_{\forall t \in T} \bar{I}_t + \varepsilon \right] \quad (6.21)$$

La máxima intensidad de la red la calculamos multiplicando el *maxPaths* aproximado por el número de nodos.

El coste medio de los nodos se calcula a partir del grado nodal medio y del *maxPaths* aproximado, haciendo uso de la ecuación 3.8 y multiplicándolo por el número de nodos para obtener el coste total.

El coste medio total de los arcos se calcula haciendo uso de la ecuación 3.12, sustituyendo la suma de la longitud real de cada arco (*LA*) por la longitud media de los arcos (\bar{len}) multiplicada por el número total arcos.

Con estos valores medios se puede calcular el valor inicial estimado de CAPEX.

6.2.3 Valor inicial estimado de OPEX

Para estimar el OPEX, primero se calcula el coste de monitorización o supervisión de cada año de la misma forma que muestra la ecuación 3.15.

El coste de provisión anual se calcula con el sumatorio, para todo tipo de clase, de la intensidad media de cada clase de conexión y sustituyendo en la ecuación 3.18.

Para el caso del coste de reparación, se calcula primero la cantidad de sistemas o elementos que puedan presentar fallos en la red, haciendo uso de las ecuaciones presentadas en el capítulo 3: nodos ópticos, transpondedores ópticos (con el cálculo de *maxPaths* aproximado), conmutadores WSS, fibra óptica (multiplicando la longitud media de los arcos por el número de arcos), y amplificadores ópticos, este último se calcula sustituyendo en la ecuación 3.23 el sumatorio de la longitud de cada arco (*LA*) por la longitud media de los arcos (\bar{len}) multiplicado por el número de arcos.

El número medio de fallos anual, se calcula mediante el algoritmo descrito en el tercer capítulo. A partir de aquí, el coste aproximado de reparación anual será el que se muestra en la ecuación 3.27.

El sumatorio de estos tres costes nos da el coste aproximado del OPEX.

6.2.4 Valor estimado del VAN

Se realiza el cálculo del valor actual neto utilizando la ecuación 3.1 y el cálculo de los costes e ingresos aproximados que se han descrito anteriormente.

El cálculo del VAN aproximado se realizará para los dos esquemas de particionamiento (*sh-WS* y *diff-WS*), cambiando los parámetros para el cálculo de la intensidad aproximada encontrados en el capítulo 5, es decir, sustituyendo por el exponente que corresponda. De la misma forma se ha definido que para el caso del esquema *sh-WS*, únicamente se calcula el valor de la intensidad de la clase *BE* si \bar{h} es menor a 2.5, en caso contrario $I^{shWS}_{BE} = 0$.

Una vez realizado el cálculo del VAN aproximado, para los dos esquemas de particionamiento, y evaluado en todo el conjunto de posibles arcos en la red, se elige el número de arcos que otorgue el mayor valor como punto de partida y con éste se comienza a evaluar el modelo de optimización.

6.3 Descripción del método iterativo

Una vez calculado el punto inicial y definidos ambos modelos matemáticos, se define una dirección de búsqueda en cuanto al número de arcos. Cambiaremos la dirección de búsqueda cuando el valor encontrado no mejore al anterior.

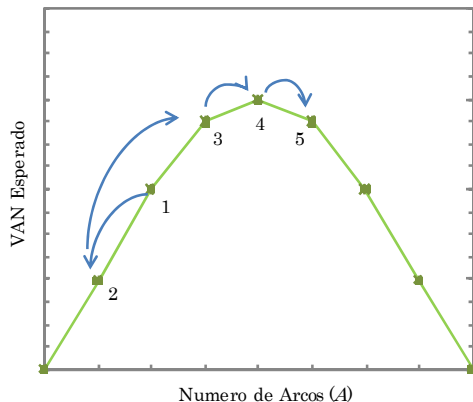


Fig. 6-1 VAN esperado respecto a A .

Suponemos que el VAN respecto al número de arcos es una función convexa, donde cualquier óptimo local es global, de esta forma definimos el algoritmo iterativo que encuentre el punto máximo. Esta suposición se rectificará en el capítulo de resultados, donde se evaluará el punto inicial que dará una idea general del comportamiento de la función objetivo y se comprobará con el modelo final. La Fig. 6-1 muestra la forma esperada de la función objetivo y posibles iteraciones en el modelo a evaluar, partiendo del punto inicial.

A continuación se presenta el pseudocódigo del algoritmo iterativo. El algoritmo se tendrá que realizar para cada esquema de particionamiento (*sh-WS* y *diff-WS*), cambiando los parámetros para el cálculo de la intensidad y recordando que para el caso del esquema *shWS*, únicamente se calculará el valor de la intensidad de la clase BE si h es menor o igual a 2.5, en caso contrario $I^{shWS}_{BE} = 0$.

```

Dirección de búsqueda (del número de Arcos) = Negativa
Calcular número de arcos inicial(Punto inicial)
Inicializar Arcos a número de arcos inicial
Inicializar a 0 Mejor arcos
Inicializar a 2 el número de cambios
Inicializar a 0 iteración
Inicializar a 0 el VAN de iteración cero
Inicializar a  $-\infty$  el Mejor VAN
Inicializar a  $\emptyset$  Mejor Red
While (Solución óptima no encontrada) do
  Resolver OVALO Max REVENUES con Arcos
  If (Problema OVALO Max REVENUES es factible) then
    // Problema OVALO Max REVENUES
    Calcular CAPEX
    Calcular REVENUES
    Calcular OPEX
    Calcular VAN Max REVENUES
    Guardar diseño de: RED Max REVENUES
    // Problema OVALO Min CAPEX
    Resolver OVALO Min CAPEX con Arcos
    Calcular CAPEX
    Calcular REVENUES
    Calcular OPEX
    Calcular VAN Min CAPEX
    Guardar diseño de: RED Min CAPEX
    If (VAN Max REVENUES > VAN Min CAPEX) then
      VAN de iteración = VAN Max REVENUES
      Red de iteración = RED Max REVENUES
    else
      VAN de iteración = VAN Min CAPEX
      Red de iteración = RED Min CAPEX
    End
    If (VAN de iteración > Mejor VAN encontrado) then
      Mejor VAN = VAN de iteración
      Mejor Arcos = Arcos
      Mejor Red = Red de iteración
    else
      Número de cambios = Número de cambios -1
      If (Número de cambios > 0 & Iteración = 1) then
        Cambiar dirección de búsqueda
      else
        Finalizar: solución óptima "Mejor Arcos"
      End
    End
  Arcos = Mejor Arcos + Dirección de búsqueda
  Iteración = Iteración + 1
End
Return (Mejor Red, Mejor VAN)

```

6.4 Conclusiones

En este capítulo hemos presentado un método iterativo para resolver el problema OVALO. Este método combina dos modelos para los subproblemas $OVALO^{MaxREVENUES}$ y $OVALO^{MinCAPEX}$, que comparten las restricciones pero tienen funciones objetivo distintas. El método calcula un punto inicial, es decir el número de arcos que maximiza el valor esperado del VAN utilizando valores medios. A cada iteración se irá añadiendo o quitando un arco en función de la solución obtenida. El método se tendrá que realizar para cada uno de los dos esquemas de particionamiento y comparar los resultados.

En el siguiente capítulo se mostrarán los resultados obtenidos al resolver el modelo iterativo sobre redes de prueba.

Capítulo 7.

Resultados

En este capítulo se presentarán los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo iterativo definido en el capítulo anterior, sobre un conjunto de redes. El algoritmo se ha implementado sobre ILOG [ILOG] utilizando CPLEX v.11.0© para su resolución.

7.1 Red de evaluación

Primeramente se ha de definir el diseño de la red inicial. Partimos de un número de nodos fijo que representan las ubicaciones que se pretende conectar. El número de arcos inicial incluye los arcos excluyentes entre sí.

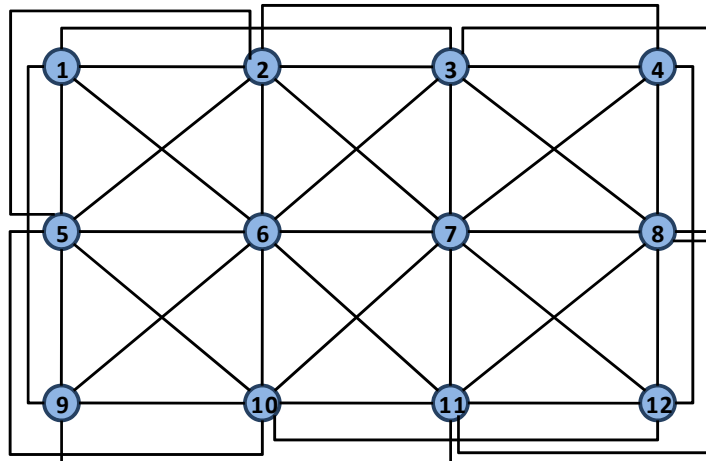


Fig. 7-1 Red inicial saturada con 12 N y 39 A .

La Fig. 7-1 muestra la red inicial saturada con todos los posibles arcos a evaluar por el modelo. En concreto, la red saturada está compuesta por 12 nodos y 39 arcos. Se puede observar que el arco que conecta los nodos 3 y 8, cruza con el arco que conecta los nodos 7 y 4, formando una pareja de arcos excluyentes. De la misma forma los dos arcos que conectan la pareja de nodos 11 y 8 por dos ubicaciones distintas, y, cruzando respectivamente con otros arcos, es otro ejemplo de pareja de arcos excluyentes. El modelo deberá, por tanto, decidir entre poner uno de ellos o ninguno, pero nunca ambos ya que la red resultante no sería planar.

7.2 Datos

Los datos utilizados son los que se han presentado en el capítulo 3 para el caso específico de cálculo de costes e ingresos. Algunos cambios y datos añadidos son los siguientes:

$$N = 12$$

A = Evaluados en un rango desde 12 hasta 39 arcos como máximo.

$$K(\text{demandas}) = 132$$

$$P(\text{parejas de arcos excluyentes}) = 20$$

Se utilizarán en el modelo los parámetros encontrados en el capítulo estadístico para el cálculo de la intensidad. De acuerdo al esquema utilizado se deberá realizar el cálculo de la intensidad para la clase que corresponda. Los valores de ρ para cada esquema de particionamiento son de 1 tanto para las dos clases sobre el esquema *diffWS*, como para la clase SP sobre el esquema *shWS*, y será 0.6 para la clase BE en este último esquema.

Los siguientes datos serán objeto de modificación en alguna ejecución del modelo:

$$C_{FOKm} = 1,000\text{€}$$

$$C_{Trunk} = 20,000\text{€} \text{ (coste medio del grado nodal lineal)}$$

$$\text{Ratio de precios de venta } C_{SP} : C_{BE} = 5:1$$

$$C_{SP} = 3\text{€}$$

$$C_{BE} = 0.6\text{€}$$

$$LA = 100\text{km} \text{ (Todas las longitudes de los arcos)}$$

En cada ejecución se evaluarán los dos esquemas de particionamiento *diffWS* y *shWS* y se irá variando uno de los parámetros anteriores con el objetivo de analizar el comportamiento del modelo.

7.3 Calculo del punto inicial

En este apartado se hace el cálculo del punto inicial para la red presentada, en base a la descripción del punto inicial del capítulo anterior. Se hace un barrido de acuerdo al número de arcos.

Por ser simplemente un cálculo, sin las restricciones ni función objetivo del modelo de diseño de red, se calcula a partir del mínimo número de arcos, en este caso es 12 y el máximo lo fijamos en el máximo número de arcos que es 39. Se calcula sobre los dos esquemas de protección.

La Fig. 7-2 nos muestra la evolución del cálculo del VAN aproximado de acuerdo al número de arcos. Se puede observar una relación creciente, diferente a la esperada, y se estima que el VAN real del modelo de diseño de red no varíe tanto en su forma. Se observa que conforme el número de arcos aumenta y la red se satura, el VAN del esquema *sh-WS* se hace mayor en comparación con el esquema *diff-WS*.

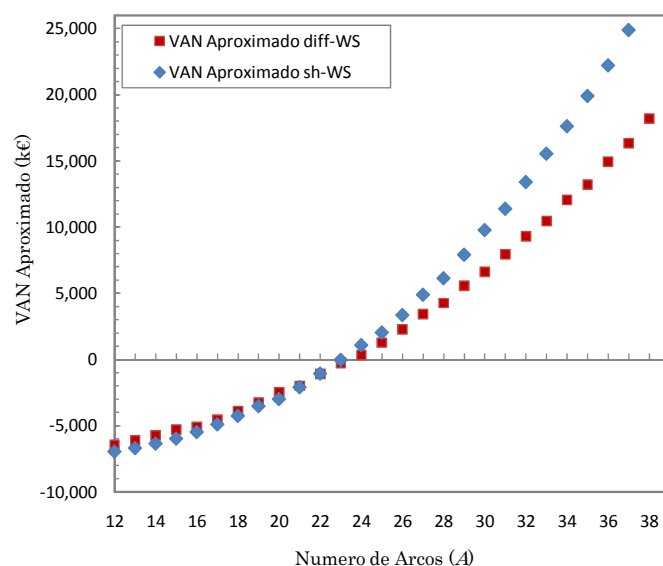


Fig. 7-2 VAN Aproximado

Una vez así, se tiene un punto máximo inicial, donde el modelo iterativo pueda ir comprobando si el problema con el máximo número de arcos sea factible, si no es así, deberá ir haciendo iteraciones hasta llegar al máximo VAN.

7.4 Resultados obtenidos sobre la red 12-39

Los resultados a analizar son el VAN del proyecto con duración a 10 años, *CAPEX* total de la red, *REVENUES* por año, considerando que son constantes en todos los

años y *OPEX* del primer año, ya que se ha observado se mantiene constante o con pocas variaciones.

Los resultados que se describen a continuación, muestran el VAN en los puntos máximo y mínimo sobre los que el problema es factible, así como cada punto intermedio.

7.4.1 Caso Base

La primera ejecución del modelo se realiza utilizando los datos definidos anteriormente.

Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 7-3, donde las líneas continuas representan los resultados obtenidos al resolver el subproblema $OVALO^{MaxREVENUES}$ mientras que las líneas punteadas son el resultado de resolver $OVALO^{MinCAPEX}$. La Fig. 7-3a muestra la evolución del VAN en función del número de arcos. Como puede observarse, los valores del VAN obtenidos mediante $OVALO^{MaxREVENUES}$ representan una función monótona creciente, con un comportamiento similar al anticipado en el cálculo del punto inicial. Sin embargo, el VAN que se obtiene resolviendo $OVALO^{MinCAPEX}$ presenta numerosas fluctuaciones, aunque globalmente parece tener un crecimiento final. Un punto relevante en este comportamiento es la relación entre los *REVENUES* (Fig. 7-3c) y el VAN. La diferencias entre ambos modelos se deben a que la red final construida por el modelo $OVALO^{MinCAPEX}$ será la que tenga menor coste de despliegue, sin embargo, al momento de calcular los ingresos, la red podría no ser capaz de soportar la máxima intensidad de tráfico, posiblemente debido a una media en hops alta, recordando que la media de hops depende del diseño final de la red. Éste podría ser el caso en el punto que representa los 21 arcos en el grafo. Como se observa, los ingresos obtenidos disminuyen de forma abrupta, afectando al resultado final del VAN.

Como conclusión al comportamiento del VAN obtenido resolviendo $OVALO^{MinCAPEX}$, se puede observar claramente que un método iterativo, no sería capaz de resolver este problema, debido a la existencia de máximos y mínimos locales.

Utilizando los resultados de $OVALO^{MaxREVENUES}$, en la Fig. 7-3a se observa que el punto de corte entre los esquemas *diff-WS* y *sh-WS* se encuentra alrededor de los 19 arcos; de 16 a 19 arcos el esquema *diff-WS* otorga mayores beneficios, y a partir de 20 en adelante el esquema *sh-WS* es el que maximiza el VAN. Es importante hacer constar que, con los datos utilizados en este estudio evaluados, el VAN es negativo hasta los 19 arcos. Obviamente la inversión no se realizaría en estas condiciones de pérdidas, sino que se deberían aumentar los precios de venta de los servicios o disminuir los costes. Sin embargo, con el objetivo de poder comparar los resultados obtenidos, mantendremos estos valores.

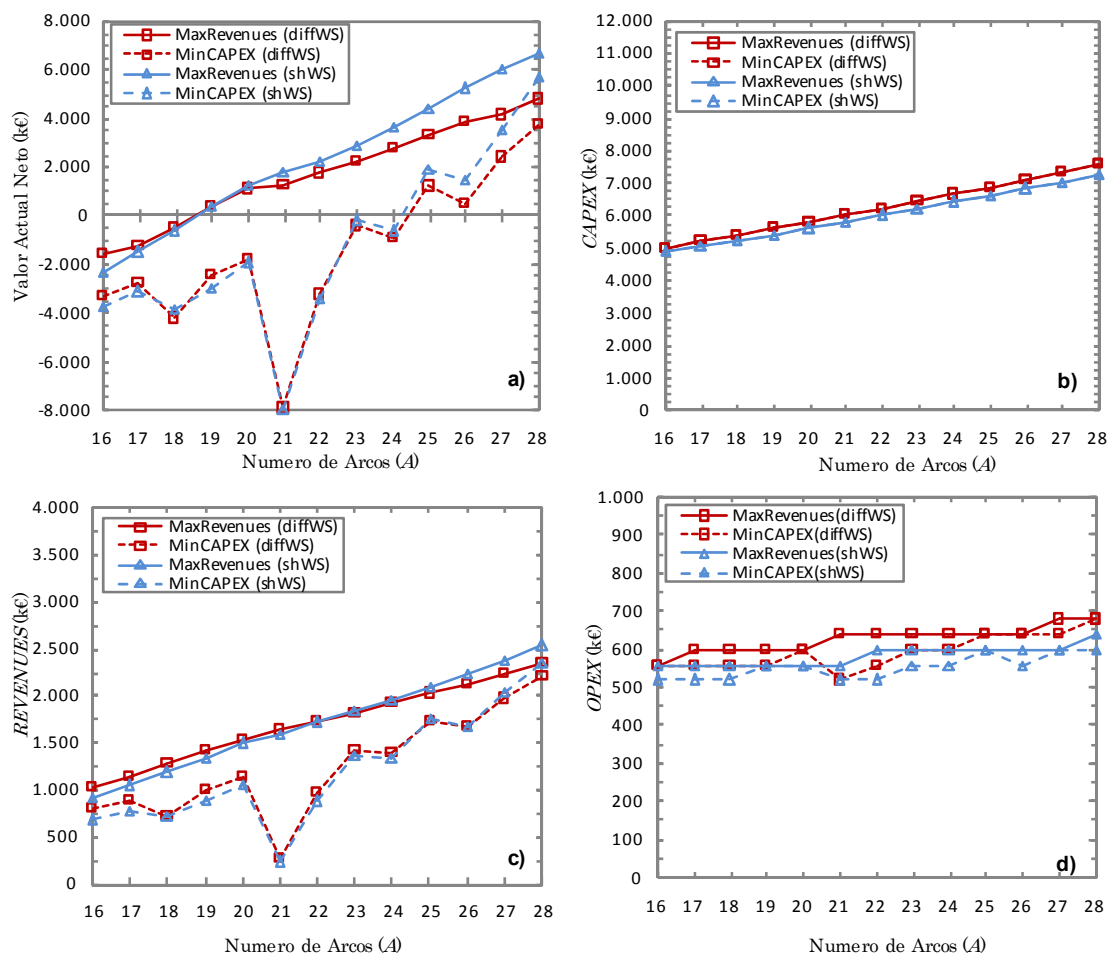


Fig. 7-3 Caso Base. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 *A*. *REVENUES* (c) y *OPEX* (d) son resultados del primer año.

La Fig. 7-3b muestra la evolución del CAPEX. En este caso se observa que los valores obtenidos con los dos subproblemas son exactamente iguales. Esto no implica necesariamente que las redes sean iguales, como se desprende del análisis del VAN y de los ingresos, sino que es debido a la idéntica longitud de los arcos.

La Fig. 7-3d muestra la evolución del OPEX. Como puede observarse, el comportamiento del OPEX es bastante constante con una ligera subida. De cualquier forma, debido a los valores relativos, su influencia es residual.

Finalmente, la Fig. 7-4 muestra la comparación de los resultados del punto inicial o VAN aproximado para cada esquema de protección, con los resultados del caso base. Es fácil observar que los resultados de la optimización mejoran considerablemente el VAN aproximado obtenido. También se puede apreciar que a mayor número de arcos, el valor del modelo y el valor del cálculo inicial se acercan mucho debido a las pocas opciones que quedan por optimizar.

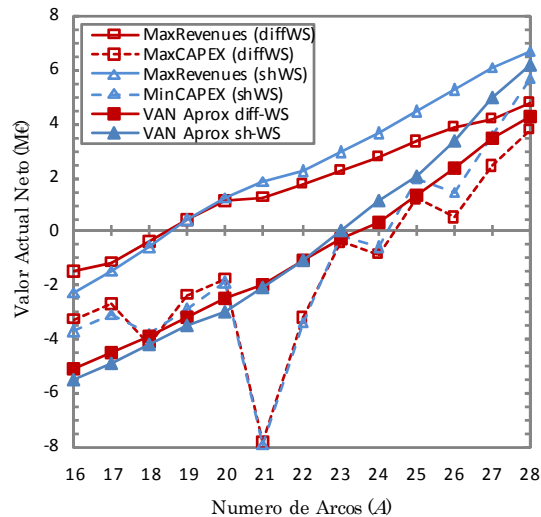


Fig. 7-4 VAN aproximado vs VAN obtenido de $OVALO^{MaxREVENUES}$ y $OVALO^{MinCAPEX}$.

Como conclusión, hemos demostrado el comportamiento creciente del VAN, y por lo tanto la aplicabilidad del método iterativo. Sin embargo, puesto que este comportamiento podría variar en función de los datos, en los siguientes apartados se irán modificando de uno en uno éstos, de forma que sea posible analizar su influencia.

7.4.2 Caso 2: $C_{FOKm} = 2,500€$

La modificación realizada para este caso, es el coste del kilómetro de fibra óptica C_{FOKm} , que lo hemos aumentado a 2,500€.

Se observa en la Fig. 7-5 que los resultados obtenidos son muy similares al primer caso. La principal diferencia es el punto en que el VAN se convierte en positivo. No se generarán ganancias si la red tiene menos de 24 arcos en ningún caso. Lógicamente, las líneas tienen comportamientos similares y se encuentran desplazadas negativamente.

El comportamiento obtenido de $OVALO^{MinCAPEX}$ y $OVALO^{MaxREVENUES}$ es muy similar al caso anterior; el mayor beneficio se logra en una red de 28 arcos con un esquema de particionamiento *sh-WS*.

Igualmente, el punto de corte entre esquemas de particionamiento se da en los 19 arcos.

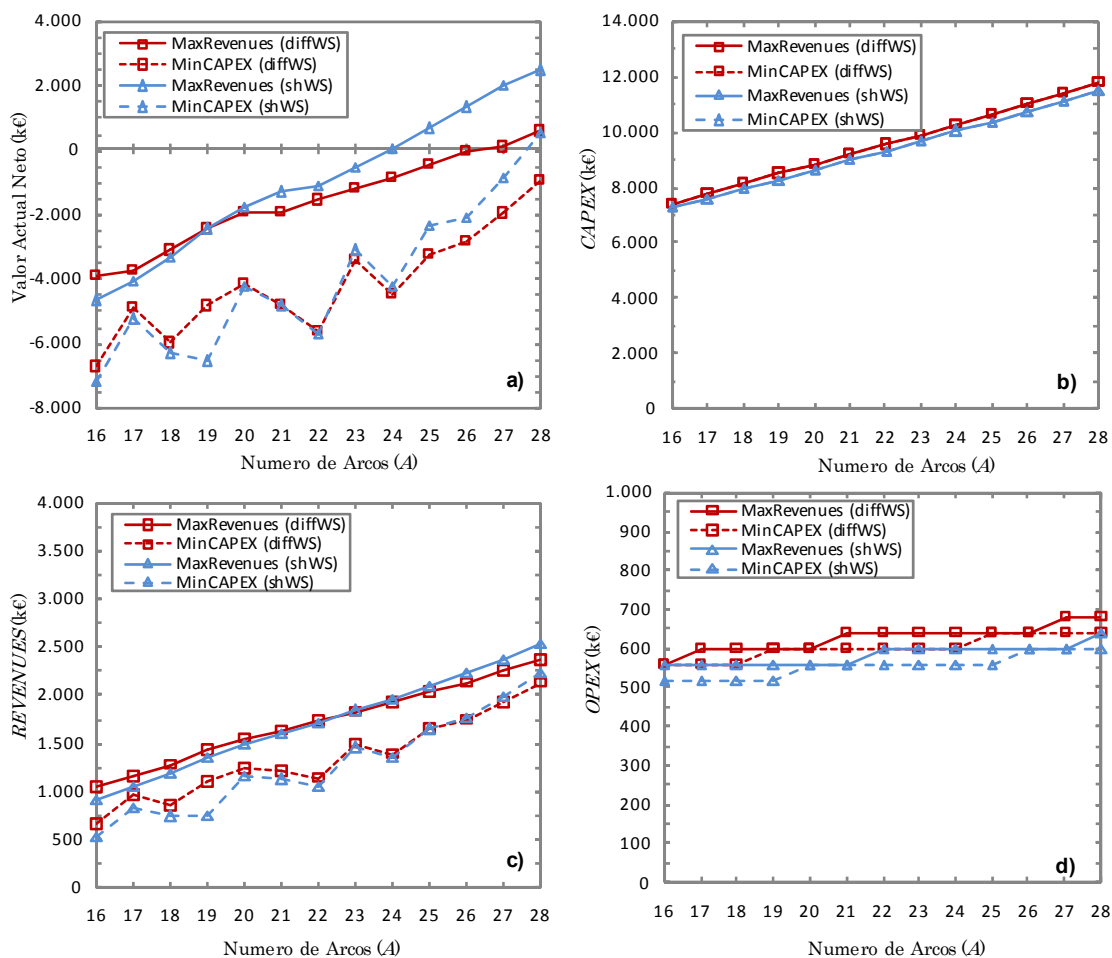


Fig. 7-5 Caso 2. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{FO}=2,500€$.

7.4.3 Caso 3: $C_{FOKm} = 5,000€$

La modificación realizada para este caso, es por segunda vez el coste del kilómetro de fibra óptica, que lo hemos aumentado a $C_{FOKm} = 5,000€$.

El comportamiento observado en la Fig. 7-6 es similar a los casos anteriores, el crecimiento del VAN por red sigue siendo directamente en función de los arcos. En este caso no se generan ganancias para ninguna dimensión de red. Las líneas se han desplazado a valores negativos de millones de euros en el caso del VAN.

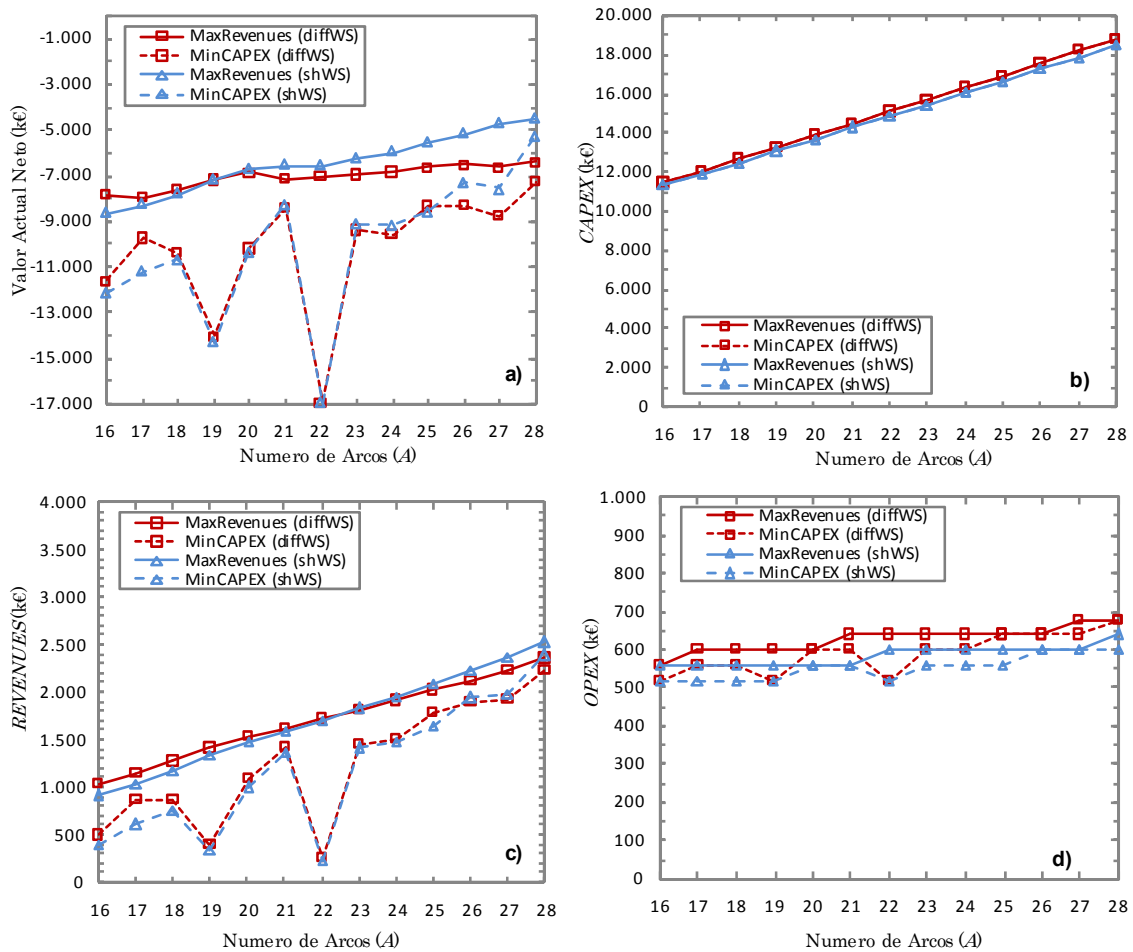


Fig. 7-6 Caso 3. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{FO}=5,000\text{€}$.

7.4.4 Caso 4: coste grado nodal $\exp(1.5)$

Hasta ahora se ha considerado que el incremento de coste de los nodos al incrementar el grado nodal era lineal, en base al diseño de nodo presentado en el capítulo 2. Sin embargo, podría suceder con otro diseño de nodo diferente que este incremento no fuera lineal sino exponencial. En este apartado, asumiremos un incremento exponencial del tipo $\exp(1.5)$.

Se observa en la Fig. 7-7 que los resultados obtenidos son ligeramente diferentes, específicamente en el problema $OVALO^{MinCAPEX}$. En el caso del VAN, parece tener un crecimiento más constante, sin esos puntos inferiores que se observaban anteriormente.

Sin embargo, en el caso de $OVALO^{MaxREVENUES}$, los resultados obtenidos son muy similares a los casos anteriores, donde los costes por grado nodal eran lineales.

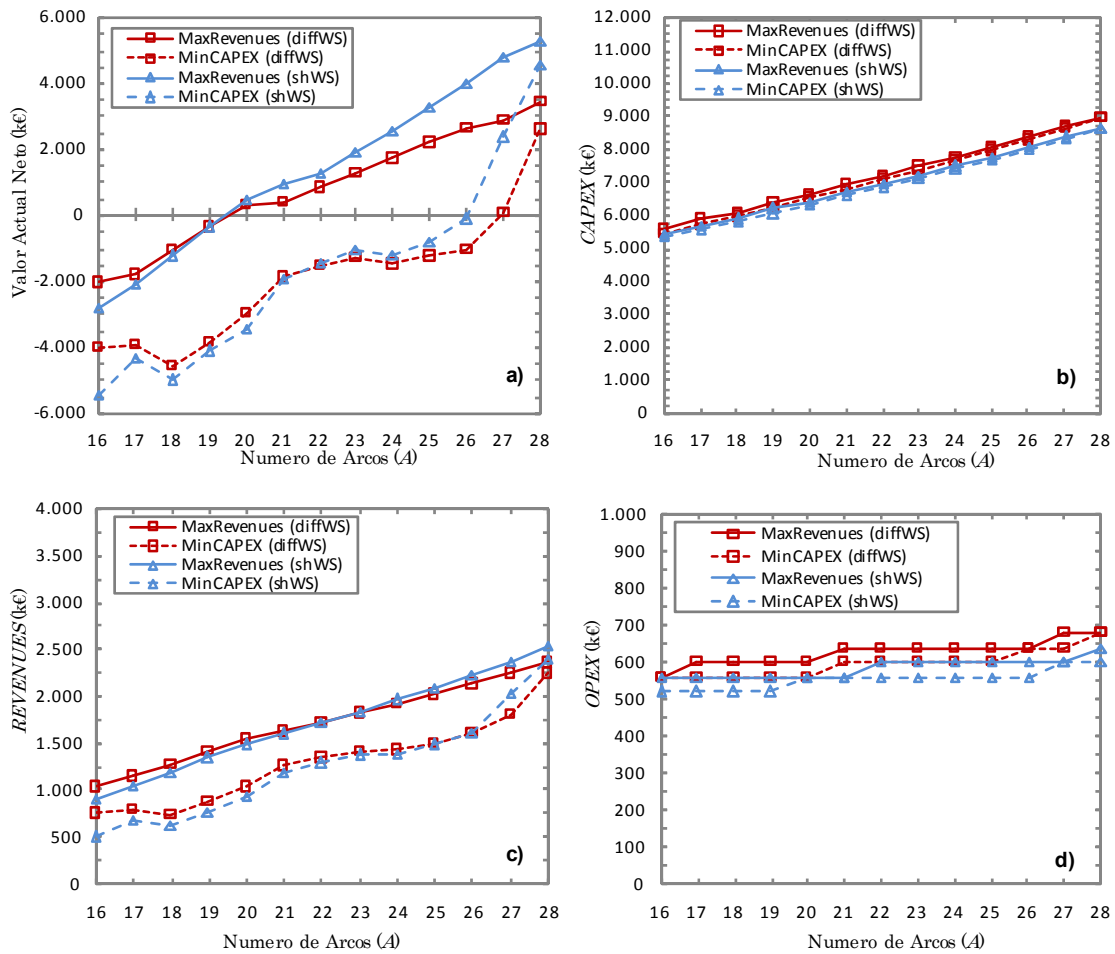


Fig. 7-7 Caso 4. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{Trunk}=\exp(1.5)$.

7.4.5 Caso 5: coste grado nodal $\exp(2.0)$

La modificación realizada para este caso, es por segunda vez el coste por el grado nodal. En este caso se exagera la no linealidad, elevando el coste por grado nodal a un exponente de 2.

Se observa en la Fig. 7-8 los resultados obtenidos. El valor del VAN no es positivo en ningún caso antes de los 24 arcos. El punto de corte entre los dos esquemas es el mismo que en caso anterior.

En general tiene un comportamiento similar al caso anterior de coste de grado nodal elevado a un exponente de 1.5, pero las líneas se encuentran desplazadas en el plano, hasta llegar a un mínimo de -6 millones de euros en el peor caso del valor del VAN. En este caso, se observa claramente cómo los valores de VAN obtenidos con $OVALO^{MinCAPEX}$ presentan máximos y mínimos locales.

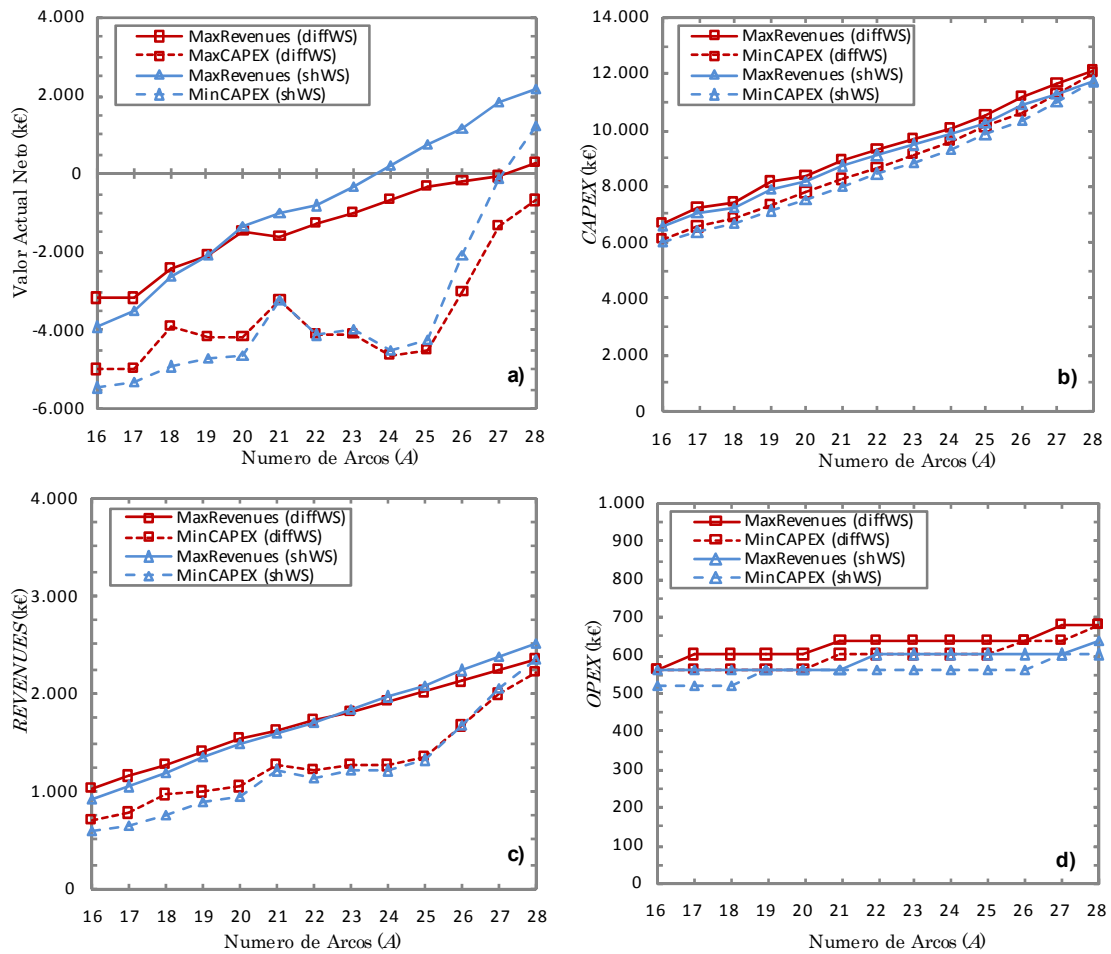


Fig. 7-8 Caso 5. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $C_{Trunk}=\exp(2)$.

7.4.6 Caso 6: $LA=(100, 200)$

La modificación realizada para este caso es en la longitud de los arcos. Para hacer más fiable el estudio se han modificado la longitud de los arcos que cruzan sobre el grafo inicial de red saturada y se les ha dado un valor de 200 km, dejando el valor de longitud del resto en 100 km.

Se observa en la Fig. 7-9 los resultados obtenidos. En este caso observamos cómo el CAPEX obtenido por los dos subproblemas OVALO es totalmente diferente. $OVALO^{MinCAPEX}$ obtiene valores de CAPEX menores que $OVALO^{MaxREVENUES}$. Sin embargo, y a pesar de este hecho, $OVALO^{MaxREVENUES}$ consigue maximizar el VAN.

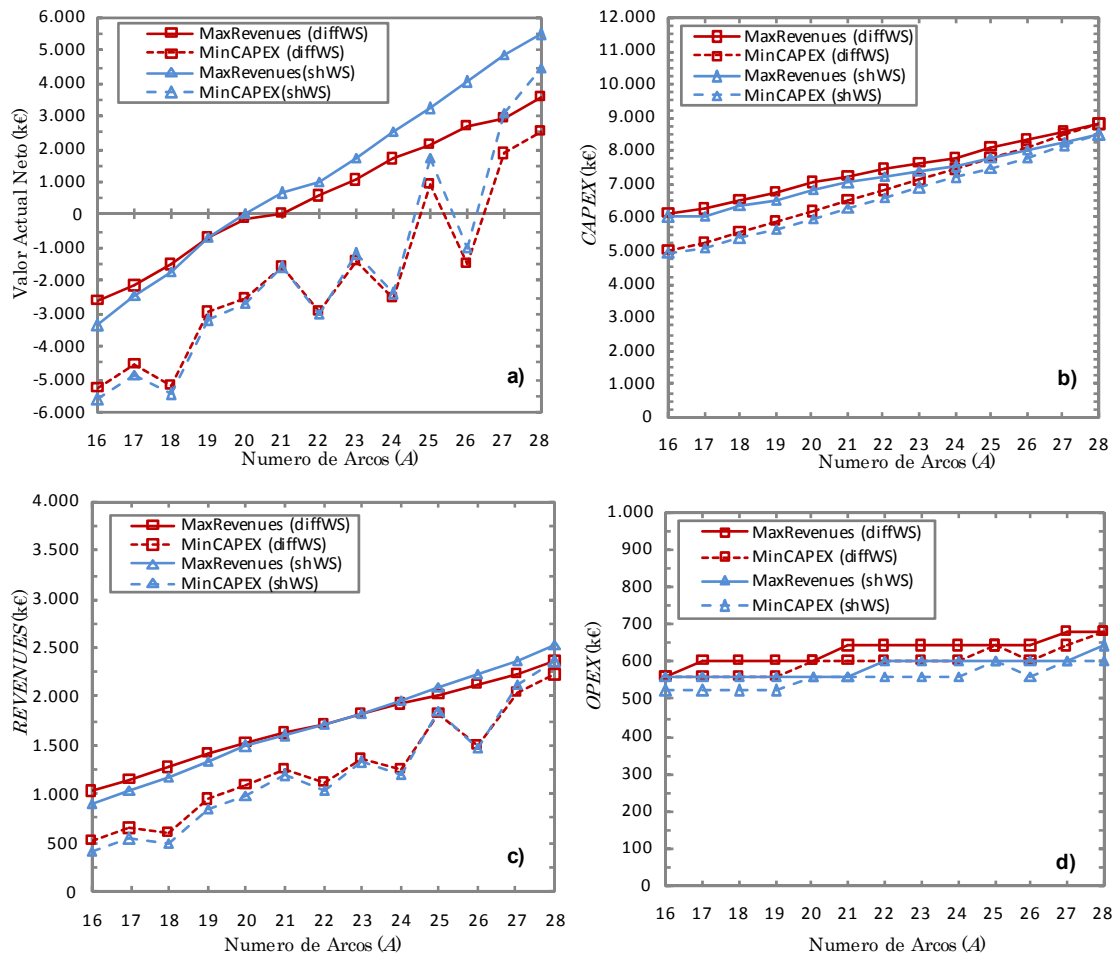


Fig. 7-9 Caso 6. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y $LA=(100,200)$.

7.4.7 Caso 7: $C_{SP} : C_{BE}$ 4:1

La modificación realizada para este caso se hace en base a la proporción del precio de venta de los servicios. El ratio de precio será de $C_{SP} : C_{BE}$ 4:1.

Se observa en la Fig. 7-10 los resultados obtenidos. El principal cambio con respecto al primer caso es el punto de corte que sube hasta los 22 arcos desde los 19 de casos anteriores. Es decir, es posible desplegar redes más malladas utilizando el esquema *diff-WS*, a condición de cambiar el precio de la clase de servicio BE.

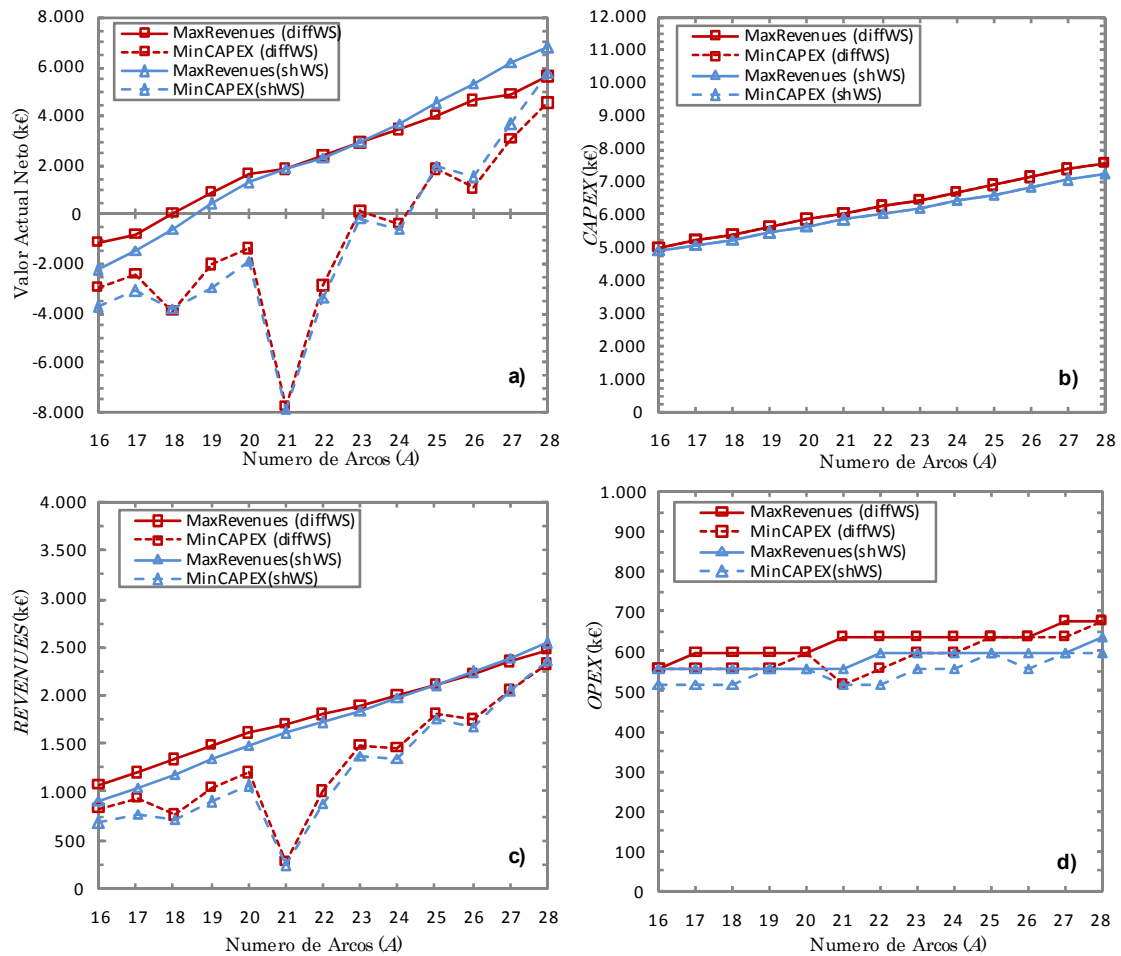


Fig. 7-10 Caso 7. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y ratio $C_{SP} : C_{BE}$ 4:1.

7.4.8 Caso 8: $C_{SP} : C_{BE}$ 6:1

En este caso haremos lo contrario al caso anterior abarataremos el precio del servicio BE. En este caso el ratio de precio será de $C_{SP} : C_{BE}$ 6:1.

Se observa en la Fig. 7-11 los resultados obtenidos. El cambio observado, de igual forma que en caso anterior es en el punto de corte entre los dos esquemas de protección. Se observa el punto de corte en el valor del VAN a los 18 arcos. Es decir, cuando abaratamos el servicio BE el esquema de particionamiento *diff-WS* permite maximizar el VAN de redes cada vez menos malladas.

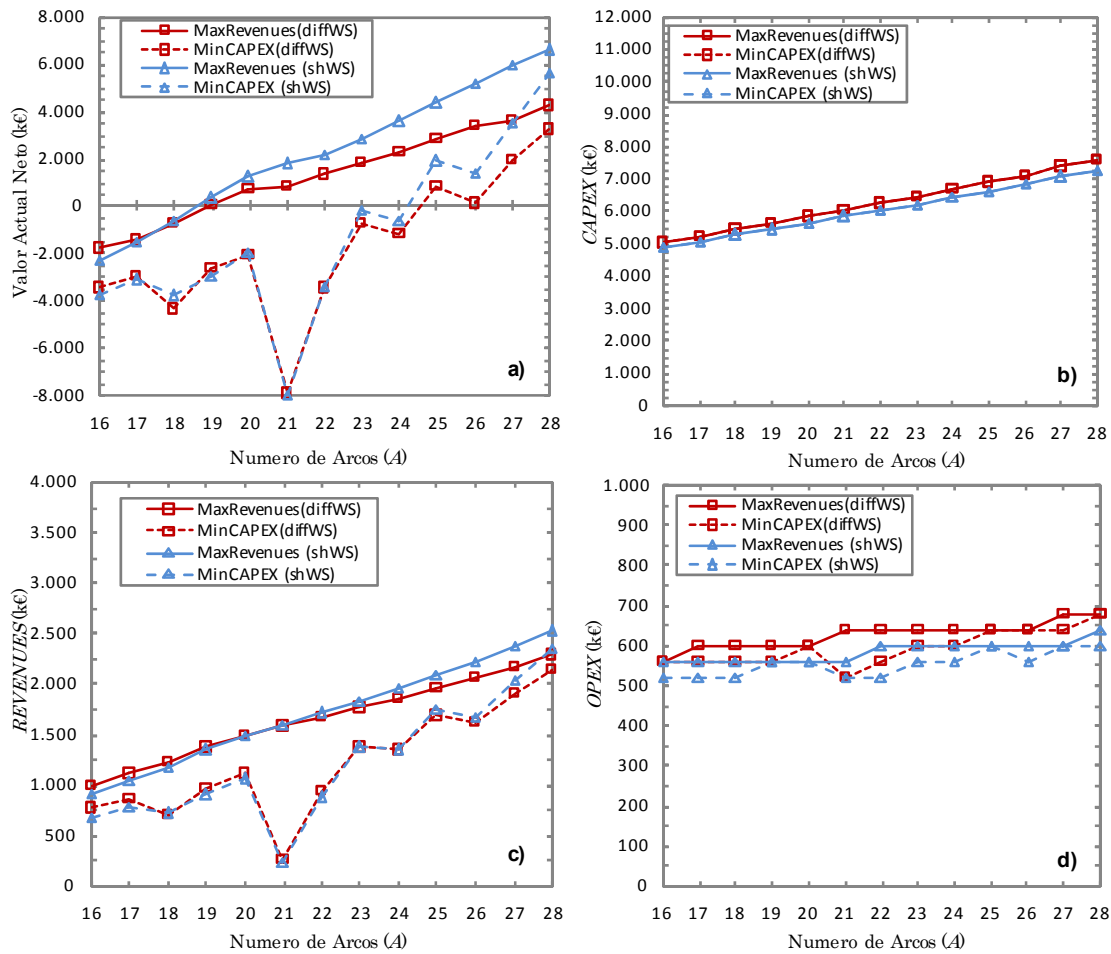


Fig. 7-11 Caso 8. Resultados de la red 12-39 evaluada de 16 a 28 A y ratio $C_{SP}:C_{BE}$ 6:1.

7.4.9 Recursos computacionales

El tiempo computacional que requiere el ordenador para resolver el modelo depende de la iteración que se realice. La iteración que tarda más tiempo en ser resuelta es la que corresponde a 16 arcos a causa del mayor número de opciones a evaluar y descartar.

Por poner un ejemplo, para el último caso, en únicamente la última iteración (16 arcos), y sobre el esquema de particionamiento *sh-WS*, el tiempo requerido fue de 2 horas, el número de variables encontradas por CPLEX v.11.0© fue de 20,767 y el número de restricciones fue de 126,986.

7.5 Otras redes

Una vez hemos analizado el comportamiento de nuestros modelos OVALO y asegurado que $OVALO^{MaxREVENUES}$ presenta un comportamiento del VAN monótono creciente, vamos a utilizar el método para evaluar el VAN de 4 redes ópticas comúnmente utilizadas en la literatura. La Fig. 7-12 muestra estas redes: la Fig. 7-12a representa una red óptica europea (EON) de 28 nodos y 44 arcos, la Fig. 7-12b representa una red alemana de 14 nodos y 17 arcos, la Fig. 7-12c representa otra red europea con 16 nodos y 23 arcos, y finalmente la Fig. 7-12d representa una red americana con 28 nodos y 37 arcos.

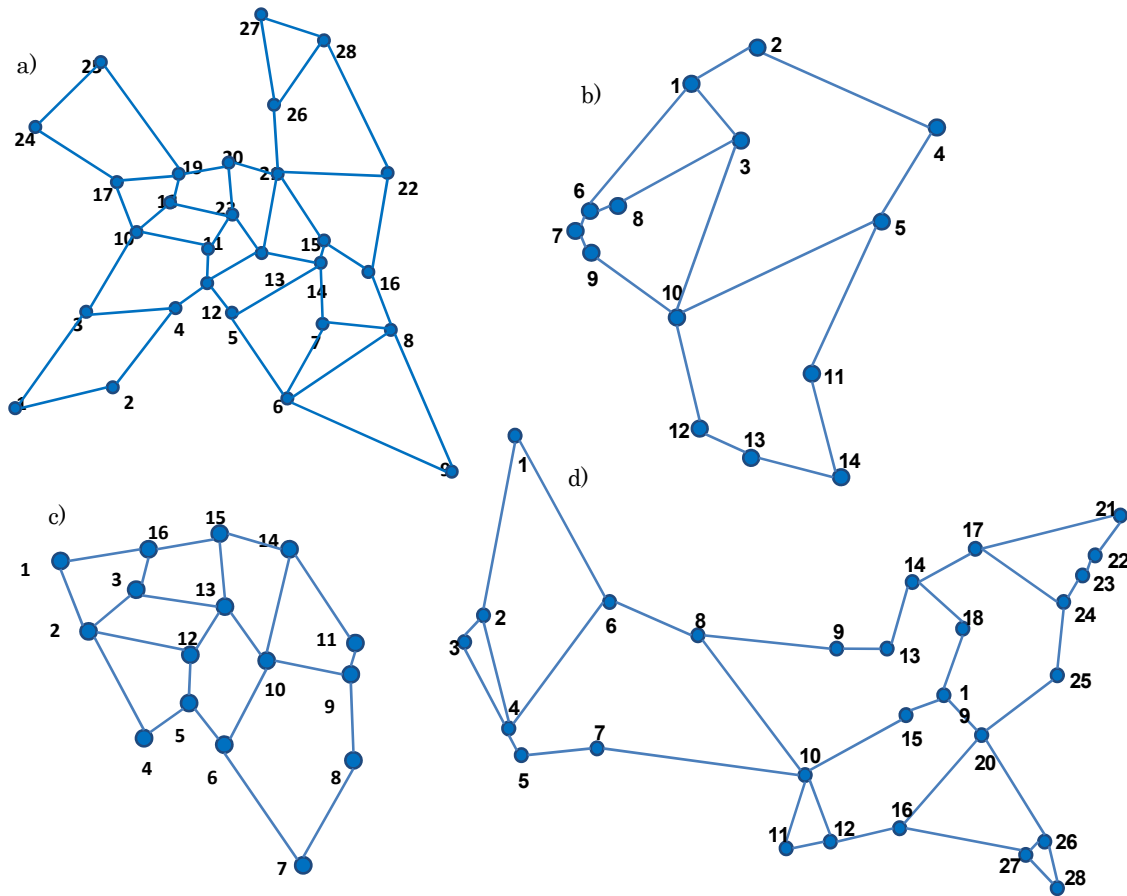


Fig. 7-12 4 Redes planares a)EONRT28-44, b)D14-17, c)EONBT16-23, d)NSFNET 28-37.

La Tabla 7-1 muestra el valor del grado nodal medio para cada una de las cuatro redes evaluadas.

Tabla 7-1 Valor del grado nodal medio de las cuatro redes evaluadas.

<i>Red</i>	$\langle d \rangle$
14-17	2.43
28-37	2.64
16-23	2.88
28-44	3.14

Como se muestra en la Fig. 7-13 el valor del VAN da mejores resultados en todos los casos bajo el esquema de particionamiento *diff-WS*. Esto es debido al grado nodal medio que tienen estas redes, inferior a 3.2 en todos los casos.

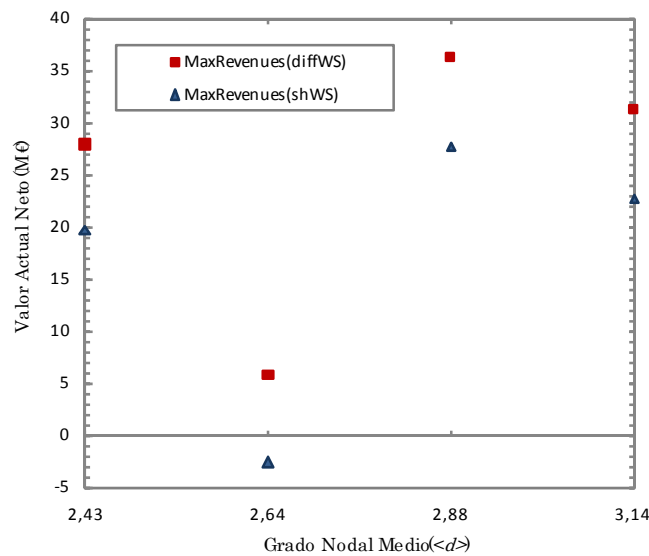


Fig. 7-13 VAN para el problema *Max REVENUES* en las cuatro redes planares de acuerdo a $\langle d \rangle$.

7.6 Conclusiones

En este capítulo se han presentado los resultados obtenidos del modelo de diseño de red. Se comprueba que de acuerdo a los datos utilizados se pueden obtener distintos resultados, sin embargo se ve una tendencia clara al crecimiento del VAN de acuerdo al número de arcos en la red, así como un punto de corte entre los esquemas de particionamiento que comienza haciendo al esquema *diff-WS* más atractivo en redes poco malladas, y al esquema *sh-WS* mejor en cuanto a beneficios, para redes altamente malladas. En base a los resultados se rectifica la forma de la curva propuesta para el VAN en el capítulo 6, por una forma lineal creciente, donde

el algoritmo iterativo disminuya el número de arcos hasta que el problema sea factible, tomando como número de arcos inicial el calculado en el punto inicial.

Se ha demostrado sobre redes ópticas comúnmente utilizadas en la literatura que el esquema *diff-WS* maximiza el VAN respecto del esquema *sh-WS*. Por lo tanto, podemos concluir que el esquema *diff-WS* optimiza el VAN de redes ópticas reales.

Capítulo 8.

Conclusiones

En este proyecto de fin del máster en Estadística e Investigación Operativa se han evaluado dos esquemas de particionamiento en redes ópticas, comparándolos en términos financieros. Para ello, ha sido necesario tanto adquirir conocimientos específicos durante la realización, como aplicar conocimientos adquiridos en diferentes asignaturas cursadas a lo largo del máster, como programación, redes, modelización matemática, estadística, y conocimiento previos, como los financieros.

Se ha utilizado el Valor Actual Neto (VAN) como herramienta financiera que ha permitido comparar el valor proporcionado por los dos esquemas de particionamiento. La interrelación de técnicas estadísticas, de investigación operativa y algunos términos financieros han dado la pauta al desarrollo del modelo OVALO. Este modelo es una herramienta efectiva para las empresas de telecomunicaciones. Una vez que la empresa defina las ciudades por conectar, se podrá conocer el diseño de red e intensidades que otorguen mayor beneficio a largo plazo asegurando un buen servicio a sus clientes.

Se han presentado soluciones a las dificultades para la resolución del modelo. Se buscó un modelo estadístico de la intensidad que garantiza, en base a la dimensión de la red, una buena conectividad. Haciendo uso de este modelo se obtiene la intensidad por clase de conexión que se puede inyectar en la red para no sobrepasar una probabilidad de bloqueo que impida un servicio de calidad. Esta intensidad juega un papel esencial en el estudio, ya que los beneficios y por consiguiente el VAN están íntimamente ligados a ella.

Dificultades respecto a la magnitud del modelo se han solucionado al separar las funciones objetivo sobre el método iterativo. Al iniciar un análisis de diseño de red, se ha visto que a partir del cálculo del punto inicial se puede obtener rápidamente una idea general y global del comportamiento del VAN. Aunque no se lleve a cabo el problema de optimización y no se tenga un diseño de red concreto, se puede

obtener el número de arcos que otorgue el mejor beneficio en un plazo determinado, de esta forma, el modelo de decisión sobre el diseño que maximice el VAN, se podrá evaluar en un punto o intervalo mínimo de puntos determinado, ahorrando tiempo de ejecución.

Los resultados extraídos del modelo de decisión basado en el diseño de la red, nos muestran que el problema de minimizar la inversión inicial, que depende directamente del diseño de la red, no nos dan el mejor VAN, sin embargo el problema de maximizar ingresos, además de aumentar linealmente en cuanto al número de arcos, nos da mejores resultados.

Insertar tráfico de acuerdo a su clase de protección, se hace a partir del esquema de particionamiento seleccionado, donde influye también la probabilidad de bloqueo por clase. Aunque la clase SP otorgue, individualmente, mayor beneficio en cualquier esquema de particionamiento, la clase BE toma un papel importante, y marca la diferencia cuando se puede servir sobre el esquema de particionamiento *diff-WS* y no en el esquema *sh-WS*.

En cuanto a la decisión del esquema de particionamiento a seleccionar, se tendrá que escoger el *diff-WS* cuando las redes sean poco malladas, ya que el VAN resultante es mayor. El esquema de particionamiento *sh-WS* se aconseja utilizar cuando el diseño de red sea altamente mallado, ya que, como se ha comprobado, el valor actual neto en un proyecto a 10 años es mayor siempre en casos con mayor número de arcos. El problema surge al definir cuando una red es poco o altamente mallada. Se recomienda entonces, utilizar el modelo comenzando a evaluar las redes con el número de arcos del punto inicial, e ir disminuyendo hasta llegar al punto en que el diseño sea factible cumpliendo todas las condiciones.

En cualquier caso se ha considerado que el servicio que se pueda ofrecer, será servicio seguro por consumir, partiendo de la suposición de que la demanda de conexión de los clientes es igual a la oferta de conexión que se otorgue. Suponiendo que sea el caso de una empresa que da servicio de conexión de internet, los clientes utilizarán la capacidad que la compañía les sea capaz de ofrecer. De esta manera el resultado arrojado por el modelo será el que mayor beneficio otorgue una vez realizada la inversión de la red.

Lista de Acrónimos

CAPEX	Capital Expenditures
DPP	Dedicated Path Protection
HT	Holding time
IAT	Inter arrival time
MTTF	Mean Time To Failure
MTTR	Mean Time To Repair
OPEX	Operational Expenditures
OVALO	Optical network net present VALue Optimization
OXC	Optical Cross Connect
PB	Probabilidad de bloqueo
SLA	Service Level Agreement
SPP	Shared Path Protection
VAN	Valor Actual Neto
WDM	Wavelength Division Multiplexing
WSS	Wavelength Selective Switches

Apéndice A. Referencias

- [Do02] A. J. Dobson, “An introduction to generalized linear models”, Chapman & Hall/CRC, Florida, 2002.
- [Ch97] R. Christensen, “Log-Linear Models and Logistic Regression”, Springer Texts in Statistics, New York, 1997.
- [Fo97] J. Fox, “Applied Regression Analysis Linear Models and Related Methods”, California, 1997.
- [Fr96] E. W. Frees, “Data Analysis Using Regression Models: The Business Perspective”, Prentice Hall, Upper Sadale River, 1996.
- [Gr04] W. D. Grover, “Mesh-Based Survivable Networks”, Prentice Hall PTR, New Jersey, 2004.
- [He06] A. Hernández Hernandez, A. Hernández Villalobos, A. Hernández Suárez, “Poblemario de matemáticas financieras”, Thomson, México, 2006.
- [He01] E. A. Helfert, Financial analysis Tools and Techniques a guide for managers, NY, McGraw-Hill, 2001.
- [ILOG] ILOG OPL® www.ilog.com/products/cplex/
- [Ko04] S. Korotky, “Network Global Expectation Model: A Statistical Formalism for Quickly Quantifying Network Needs and Costs,” IEEE J. Lightwave Technol. 22, 703-722 (2004).
- [Mat] Matlab® www.mathworks.com
- [Min] Minitab® www.minitab.com
- [R] R© www.r-project.org
- [Su84] J. W. Suurballe and R. E. Tarjan, “A quick method for finding shortest pairs of disjoint paths,” Networks, no. 14, pp. 325–336, 1984.
- [Vi08] H.M. Vidaurri Aguirre, “Matemáticas Financieras 4ta edición”, Cengage Learning Editores, 2008.